PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 7. 1. April 1914. Redaktionsschluß für No. 8 am 28. März 1914. 15. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. W. Wood, Trennung eng benachbarter Spektrallinien zum Zwecke monochromatischer Beleuchtung. S. 313.

R. W. Wood u. W. P. Speas, Eine photometrische Untersuchung der Fluoreszenz des Joddampfes. S. 317.

F. v. Hauer u. J. v. Kowalski, Zur Photometrie der Lumineszenzerscheinungen. S. 322.

F. Biske, Versuch, eine Gestalt der Furche für Plangitter zu finden, um ein intensives Beugungsspektrum zu bekommen. S. 327.

E. Buchwald, Experimentelles zur Beugung des Lichts in Raumgittern. S. 331.

J. Kern, Zum Problem des Interferenzbildes einer Gitterlinie. S. 337.

J. Laub, Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen. S. 342.

E. Gehrcke, Ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. III. S. 344.

I. Langmuir, Thermionenströme im hohen Vakuum. I. Wirkung der Raumladung. S. 348.

G. Jaffé, Über die Sättigungskurve bei Ionisation mit α-Strahlen. S. 353.

G. Hoffmann, Die Verwendung des Thomsonschen Schutzringkondensators zu absoluten Kapazitätsbestimmungen nach der Influenzierungsmethode. S. 360.

Th. Svedberg, Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten. S. 361.

K. Kleinhanns, Die Abhängigkeit der Plastizität des Steinsalzes vom umgebenden Medium. S. 362.

G. Krutkow, Bemerkung zu Herrn Wolfkes Note: „Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome?" S. 363.

AEF. Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen. S. 364.

Besprechungen:

H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, Das Relativitätsprinzip. S. 366.

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. II. S. 367.

R. Abegg u. F. Auerbach, Handbuch der anorganischen Chemie, IV 2. S. 367.

Les Progrès de la Chimie en 1912. S. 367.

Berichtigung. S. 368.

Tagesereignisse. S. 368.

Personalien. S. 368.

Angebote. S. 368.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Trennung eng benachbarter Spektrallinien zum Zwecke monochromatischer Beleuchtung.

(Separation of Close Spectrum Lines for Monochromatic Illumination.)

Von R. W. Wood.

Bei Untersuchungen in vielen Zweigen der physikalischen Optik ergibt sich öfters aus diesem oder jenem Grunde die Notwendigkeit, zwei oder mehr eng benachbarte Spektrallinien zu trennen und nur eine von ihnen zu verwenden.

Beispielsweise muß bei Versuchen über die monochromatische Erregung von Resonanzspektren die zur Beleuchtung des fluoreszierenden Dampfes verwendete Linie entweder mit Hilfe von Absorptionsschirmen oder mittels eines als Monochromator benutzten Spektroskops isoliert werden.

Wenn man sich des letztgenannten Verfahrens bedient, so wird die Beleuchtung sehr eingeschränkt durch die Notwendigkeit, einen Spalt, oder vielmehr zwei Spalte, zu verwenden, und bei eng benachbarten Spektrallinien, wie beispielsweise bei den D-Linien des Natriums, macht die Notwendigkeit der Verwendung sehr feiner Spalte es nahezu unmöglich, auf diesem Wege irgend etwas zu leisten. Selbst bei den drei grünen Kupferlinien habe ich die größte Schwierigkeit gefunden, mit einer einzelnen mittels eines sehr großen Monochromators von 1,5 m Brennweite isolierten Linie eine ausreichende Beleuchtung zu erhalten.

In der vorliegenden Mitteilung werde ich ein Verfahren angeben, das uns in den Stand setzt, eine Lichtquelle von großen Abmessungen, etwa 1×3 cm, zu benutzen und aus ihr eine oder mehrere Linien praktisch ohne Lichtverlust auszuschalten. Beispielsweise können wir mit Hilfe eines Kondensors, der ein wirksames Öffnungsverhältnis von $f/2$ hat, von einer Natriumflamme zwei Bilder erzeugen, von denen das eine nur das Licht von der Wellenlänge 5890 Å.-E., das andere nur das Licht von der Wellenlänge 5896 Å.-E. enthält, und zwar sind beide Bilder nahezu so intensiv (im Vergleich zu einer Natriumlinie) als ob wir den Kondensor ohne die Trennungsvorrichtung verwendet hätten.

Das Verfahren ist eine Verbesserung eines anderen Verfahrens, das ich vor vielen Jahren bei der Untersuchung der Dispersion des Natriumdampfes angewandt und damals kurz beschrieben habe. Es ist ein Polarisationsverfahren und läßt sich in Kürze folgendermaßen beschreiben:

Wenn man eben polarisiertes monochromatisches Licht durch eine Platte aus irgendeinem doppeltbrechenden Kristall so hindurchgehen läßt, daß seine Schwingungsrichtung mit der

Achse einen Winkel von 45° bildet, so wird es bei bestimmten Plattendicken parallel zur ursprünglichen Ebene eben polarisiert austreten und bei bestimmten anderen Plattendicken senkrecht zu dieser Ebene eben polarisiert. Bei Plattendicken, die zwischen diesen beiden liegen, wird das austretende Licht elliptisch oder zirkular polarisiert sein.

Wenn wir eine 30 mm dicke Quarzplatte verwenden, so werden die austretenden Wellen der Natriumlinien D_1 und D_2 senkrecht zueinander eben polarisiert sein, und wir können dann mittels eines passend orientierten Nicols eine von beiden auslöschen. Wenn wir weißes Licht verwenden und dieses mittels eines Spektroskops analysieren, so wird das Spektrum von dunklen Banden durchfurcht sein, und zwar wird der Abstand zwischen einer hellen und einer dunklen Bande im gelben Spektralgebiet 6 Å.-E. oder den Abstand zwischen den D-Linien betragen.

Es war nun erwünscht, dieses Prinzip für die Trennung der D-Linien nutzbar zu machen zu dem Zwecke, die Resonanzstrahlung des Natriumdampfes durch das Licht von D_1 und von D_2 getrennt zu erregen; auf diese Weise können wir nämlich feststellen, ob die Mechanismen, welche die Strahlung hervorrufen, miteinander gekoppelt sind, eine Untersuchung, die ich gegenwärtig in Gemeinschaft mit Herrn L. Dunoyer zu einem erfolgreichen Abschluß bringe. Aus diesem Grunde wurde es erforderlich, das Verfahren möglichst wirksam auszugestalten. Da es notwendig ist, einen großen Kondensor anzuwenden und mit stark divergenten oder konvergenten Lichtkegeln zu arbeiten, muß man einen Quarzblock von sehr großen Abmessungen benutzen, den man zwischen die beiden Hälften des Kondensors bringt, weil die durch den Block hindurchgehenden Strahlen parallel sein müssen. Wenn letzteres nicht der Fall ist, werden die verschiedenen Strahlenbündel verschieden dicke Schichten durchlaufen und verschieden polarisiert sein. Überdies geht die eine Hälfte des Lichtes zu Beginn durch das polarisierende Nicol verloren. Diese Schwierigkeit wurde dadurch überwunden, daß ein großes Doppelbild-Prisma verwandt und hinterher die Analyse mit Hilfe eines Doppelbild-Prismas vorgenommen wurde. Auf diese Weise fielen bei richtiger Orientierung der Prismen die beiden Bilder, die nur D_2-Licht enthielten, aufeinander, während die D_1-Licht enthaltenden Bilder (mit je der halben Intensität) rechts und links von ihnen lagen. Durch diesen Kunstgriff erhielt das D_2-Bild die volle Intensität, abgesehen von dem Verlust durch Reflexion an den sechs Flächen der durchsichtigen Prismen und des Quarzblocks.

Eine Quarzplatte von 0,032 mm Dicke erzeugt beim Natriumlicht eine Drehung der Polarisationsebene um 90°; infolgedessen muß die Platte bis auf beträchtlich weniger als diese Strecke planparallel sein, denn sonst wird von einigen Stellen des Gesichtsfeldes D_1-Licht und von anderen D_2-Licht hindurchgelassen werden. Wenn sich die Schichtdicke beim Übergange von einer Kante des Blocks zur anderen um mehr als 0,032 mm ändert, wird die eine Kante nur D_2-Licht hindurchlassen und heller erscheinen als die andere Kante, die nur D_1-Licht durchläßt, während die Mitte der Platte sowohl D_1-Licht als auch D_2-Licht in einem Zustande zirkularer Polarisation durchläßt. An dieser Stelle werden dann beide Wellenlängen seitens des Analysator-Nicols durchgelassen werden, und die Intensität wird zwischen den an den Kanten geltenden Werten liegen. Wenn sich die Schichtdicke schneller ändert, werden helle und weniger helle Banden das Gesichtsfeld durchqueren, und zwar werden die hellen Banden D_2-Licht und die minder hellen Banden D_1-Licht enthalten. Der berechnete Wert von 0,032 mm wurde an einem Bruchstück einer 30 mm dicken Quarzplatte bestätigt, die ein wenig keilförmg war, und die mir der Geschäftsführer der Firma Adam Hilger & Co., Herr Twyman, zur Verfügung gestellt hatte. Der genannte Herr hat mir auch das gleichfalls bei den Vorversuchen benutzte Quarz-Stufengitter geliehen. Als dieser Block zwischen gekreuzten Nicols angeordnet war, wurden sieben Banden gezählt; dabei wurden sowohl die dunklen als auch die hellen Banden gezählt. Das bedeutet, daß wir, wenn wir quer über die Platte gehen, siebenmal von der Durchlässigkeit für D_1-Licht zur Durchlässigkeit für D_2-Licht übergehen. Wenn wir die berechnete Schichtdicke von 0,032 mm mit 7 multiplizieren, so erhalten wir 0,224 mm, während der Dickenunterschied zwischen den beiden Rändern der Platte bei Messung mit dem Sphärometer zu 0,243 mm ermittelt wurde.

Ich stellte ferner eine Untersuchung mit einem Stufengitter aus Quarz an, das so zwischen den Nicols angeordnet wurde, daß seine Elemente horizontal lagen. Es wurde mit einer Natriumflamme beleuchtet, und ein Bild der Stufen wurde auf den Spalt eines Spektroskops entworfen. Auf diese Weise werden die einzelnen von einer Gitterstufe bedeckten Elemente des Spaltes von solchem Licht beleuchtet, das jedesmal eine andere Schichtdicke des Quarzes durchlaufen hat. An manchen Punkten erschien nur D_1-Licht, an anderen nur D_2-Licht, während wieder andere D_1- und D_2-Licht miteinander aufwiesen. Das Polarisator-Nicol ist natürlich so angeordnet, daß eine seiner Diagonalen mit

der Vertikalen einen Winkel von 45° bildet. Ein Photogramm dieser Erscheinung ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die beste Trennung der Linien D_1 und D_2 lieferte die Stufe Nummer 6, und da jede Platte 4,7 mm dick

Fig. 1.

war, so betrug die Gesamtdicke $4{,}7 \times 6 = 28{,}2$ mm. Die siebente Stufe wies sowohl D_1- als auch D_2-Licht auf, da die Gesamtdicke hier gerade so groß war, daß sie für beide Wellenlängen Zirkularpolarisation ergab. In der Praxis können wir eine Platte verwenden, deren Schichtdicke irgendwo zwischen 25 mm und 40 mm liegt. Die günstigste Dicke beträgt 32 mm, und diese Dicke liefert uns für jede der beiden Natriumlinien die höchste Intensität, wenn wir die andere Linie abblenden. Mit einer Platte von beispielsweise 25 mm Dicke kann man das D_1-Licht vollständig auslöschen, aber das durchgelassene D_2-Licht wird dann nicht so hell sein wie bei Verwendung einer Platte von der richtigen Schichtdicke. Wenn man das Stufengitter mit weißem Licht beleuchtet, so wird das kontinuierliche Spektrum, das von jeder einzelnen Stufe hindurchgelassen wird, von schwarzen Banden durchfurcht, und diese Banden entsprechen den Wellenlängen solchen Lichtes, das parallel zur größeren Diagonale des Analysator-Nicols schwingt. Der Abstand zwischen den Banden nimmt mit der Anzahl der auf den einzelnen Stufen wirksamen Platten ab. Eine photographische Aufnahme dieser Banden mit übergelagerten D-Linien ist in Fig. 2 wiedergegeben. Bei einer Schichtdicke von 32 mm beträgt der Abstand zwischen aneinandergrenzenden hellen und dunklen Banden 6 Å.-E. Wenn man eine andere Schichtdicke benutzt und eine schwarze Bande mit D_1 zusammenfallen läßt, wird D_2 ein wenig seitlich von der Mitte der angrenzenden hellen Bande liegen, und die Intensität wird kleiner sein als bei Anwendung der richtigen Schichtdicke.

Die Auslöschung einer der D-Linien kann man mit einem natürlichen ungeschnittenen Quarzkristall zeigen, wenn dessen Flächen einigermaßen gut sind. Man muß dann den Kristall zwischen gekreuzte Nicols setzen und zwei Flächen auf der Seite benutzen, die durch einen Abstand von zwei bis drei Zentimetern voneinander getrennt sind. Man entwirft ein Bild des Kristalls auf den Spalt des Spektroskops und wird finden, daß D_1 an gewissen Stellen fehlt und

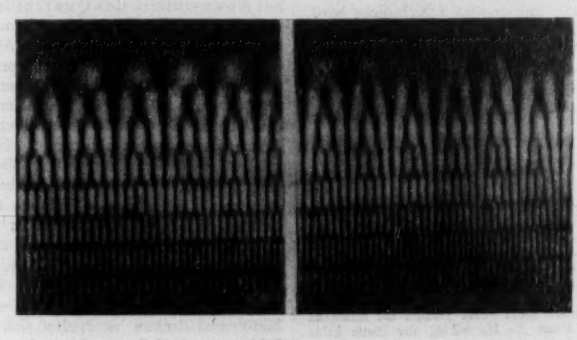


Fig. 2.

D_2 an anderen. Etwas anderes ist es, wenn man eine große Lichtmenge gebrauchen muß, wie bei Versuchen über die Fluoreszenz. In diesem Falle muß man nämlich einen großen Block von gleichmäßiger Dicke benutzen, der frei von allen Spuren kristallinischer Unregelmäßigkeiten ist. Man sollte brasilianischen Quarz verwenden, denn die Kristalle aus Madagaskar zeigen bei der Untersuchung mit polarisiertem Licht Unregelmäßigkeiten.

Ich wählte einen großen und sehr klaren Kristall aus und untersuchte ihn mit Natriumlicht zwischen gekreuzten Nicols. Es schienen keine derartigen inneren Unregelmäßigkeiten vorhanden zu sein, wie sie ein schöner Quarzblock aufwies, den mir Herr Twyman geliehen hatte, und der möglicherweise aus einem Kristall aus Madagaskar geschnitten worden war. Es ist nicht immer möglich, einen Kristall zu beurteilen, bevor er geschnitten worden ist; aber wenn die Flächen einigermaßen eben und klar sind, ist es für gewöhnlich möglich, zu sagen, ob Änderungen in der Intensität des Natriumlichtes die Folge innerer Störungen oder kleiner Unterschiede in der Dicke sind. Aus dem ausgesuchten Kristall wurde ein Block von 85 × 60 × 32 mm parallel zur Achse herausgeschnitten und poliert[1]). Dieser Block wurde, ehe das Polierstadium erreicht wurde, zwischen gekreuzten Nicols untersucht, und es stellte sich heraus, daß er eine vollkommen gleichmäßige Beleuchtung lieferte; dies ist gerade das, was verlangt wird. Natürlich wurden Glasplatten und Benzin benutzt, um den Block durchsichtig zu machen. Herr Bertin hat noch nach dieser Prüfung die Gleichmäßigkeit der Dicke beträchtlich gesteigert und dann die sechs Flächen des Blocks poliert. Wenn dieser Block zur Trennung der D-Linien benutzt wird (Schichtdicke 32 mm), so hat er eine Fläche von 50 cm². Bei Benutzung in der anderen Stellung mit 60 mm Schichtdicke wird er Linien trennen, die um 3 A.-E. auseinander liegen. Bei Verwendung in der Längsdurchsicht kann man bei gewissen Versuchen sein natürliches Drehungsvermögen nutzbar machen.

Die Doppelbrechung des Doppelspats ist sehr viel größer als die des Quarzes, und eine Platte von weniger als 3 mm Dicke ist für die D-Linien nötig. Sie würde indessen in zehnmal so hohem Maße planparallel sein müssen, wie dies beim Quarz der Fall ist. Höchstwahrscheinlich würde man einen dicken Block aus Doppelspat, der nach den bei der Konstruktion moderner Interferometer gebräuchlichen Methoden planparallel gemacht worden wäre, benutzen können, um die starke mittlere Komponente mehrfacher Linien zu unterdrücken, wenn man die schwächeren Trabanten photographieren oder untersuchen will. Versuche nach dieser Richtung hin sind gegenwärtig im Gange. Die Quarzplatte hat sich in jeder Hinsicht als höchst zufriedenstellend erwiesen. Wenn man sie zwischen den beiden Hälften eines Kondensors nach Dunoyer von 10 cm Durchmesser und 12 cm Brennweite für paralleles Licht (d. h. 24 cm Brennweite, wenn er ein Bild einer Lichtquelle von gleicher Größe wie diese Lichtquelle erzeugt) anordnet, so ist es möglich, die ganzen 50 cm² der Platte bei der Erzeugung eines Bildes der vor der Natriumflamme angebrachten Öffnung (1 × 3 cm) auszunutzen, das nur D_1- oder nur D_2-Licht enthält.

Fig. 3 zeigt die Anordnung der Apparatur. Das Doppelbild-Prisma A ist so orientiert, daß

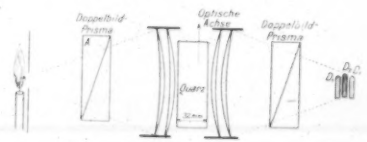


Fig. 3.

die Schwingungen der beiden durchgelassenen Strahlen einen Winkel von 45° mit der Vertikalen bilden. Das zweite Doppelbild-Prisma wird bei Abwesenheit des Quarzblocks so orientiert, daß es zwei Bilder der Lichtquelle nebeneinander liefert, die durch einen Abstand gleich der Breite des einzelnen Bildes voneinander getrennt sind. Jedes dieser Bilder enthält sowohl D_1- als auch D_2-Licht. Wenn man nunmehr den Quarzblock zwischen die beiden Hälften des Kondensors setzt, verläßt alles D_2-Licht (beispielsweise) die ursprünglichen Bilder und vereinigt sich zu einem zwischen den beiden anderen gelegenen dritten Bild. Dieses ist das Bild, das benutzt wird. Wünscht man, in diesem Bilde D_1-Licht zu haben, so braucht man nur den Block um einen bis zwei Grad zu drehen und dadurch die optische Weglänge im Quarz zu vergrößern. Wenn wir das analysierende Doppelbild-Prisma drehen, so spaltet sich das mittlere Bild in zwei Teile, und wir können dann die

1) Diese Arbeit wurde von Herrn Bertin, Paris, 15, Quai St. Michel, ausgeführt, den ich über die Prüfungsverfahren mittels polarisierten Natriumlichtes instruiert habe. Der Preis des Kristalls mit Einschluß des Schneidens und Polierens betrug 140 Francs. Da sich der Genauigkeitsgrad, mit dem die Platte planparallel sein muß, durch Anwendung des Sphärometers leicht erreichen läßt, und da die Seitenflächen nicht genau parallel zur Achse zu sein brauchen, bietet die Herstellung der Platte keine großen Schwierigkeiten.

richtige Stellung des Prismas dadurch bestimmen, daß wir diese beiden Bilder genau zum Zusammenfallen bringen. Wie ich schon oben gesagt habe, vermeidet dieses Verfahren den Lichtverlust von 50 v. H., der sich aus der Verwendung Nicolscher Prismen ergibt. Da die Doppelbild-Prismen beträchtlich kleinere Öffnung hatten als der Quarzblock, wurden sie mitten zwischen die Kondensorlinsen und das Bild bzw. die Lichtquelle gestellt, wie es die Fig. 3 zeigt. Bei Verwendung von Prismen mit zu kleiner Öffnung, die man dicht an die Lichtquelle und

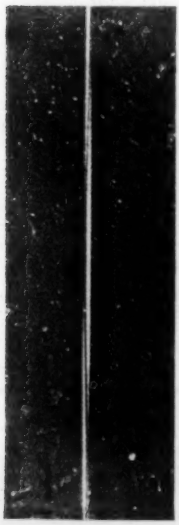


Fig. 4.

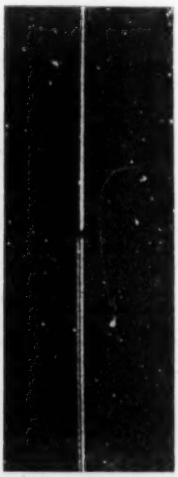


Fig. 5.

an das Bild heranbringen würde, würde indessen die Trennung der Bilder unzureichend sein.

Um die Einstellung des Quarzblocks und die allgemeine Wirksamkeit der Apparatur zu prüfen, brauchen wir nur die drei Bilder auf einem Stück weißen Papiers aufzufangen und ein Bild des mittleren Bildes auf den Spalt eines Spektroskops zu entwerfen, das die D-Linien deutlich aufzulösen vermag.

Wenn die optische Achse nicht vertikal ist, werden einige Teile des Spaltes mit D_1-Licht, andere mit D_2-Licht, und noch andere sowohl mit D_1-Licht als auch mit D_2-Licht beleuchtet sein, wie es die in Fig. 4 wiedergegebene photographische Aufnahme zeigt. Der Block muß nach vorn oder nach hinten geneigt werden, bis man längs des ganzen Spaltes denselben Zustand erhält. Nunmehr dreht man den Block ein wenig, bis entweder das D_1-Licht oder das D_2-Licht vollständig ausgelöscht ist. Dann kann man überzeugt sein, daß das Bild ganz und gar von monochromatischem Licht gebildet wird.

In Fig. 5 sehen wir die obere Hälfte des Spaltes von dem Lichte beleuchtet, das von dem weißen Papier bei richtiger Einstellung des Quarzblocks reflektiert wird, während die untere Hälfte des Spaltes von dem Licht einer Natriumflamme beleuchtet wird, das von dem Vergleichsprisma des Spektrographen reflektiert wird.

Bei lang andauernden Expositionen ist es wichtig, auf die Temperatur zu achten, denn eine Änderung um 5° reicht aus, um D_1 erscheinen zu lassen, wenn der Block ursprünglich für diese Linie auf Auslöschung eingestellt war.

Beim Arbeiten mit dem Spektroskop allein, wo man keine Lichtkegel von großer Apertur braucht, erfüllt ein Stufengitter aus Quarz alle Erfordernisse; somit kann dieses Instrument, das die Firma Adam Hilger & Co. jüngst auf den Markt gebracht hat, in neuartiger Weise Verwendung finden.

Die in der vorstehenden Mitteilung beschriebenen Versuche wurden an der Sorbonne zu Paris im Institut des Herrn Bouty ausgeführt, der mir alle gewünschten Hilfsmittel freundlichst zur Verfügung gestellt hat.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. Februar 1914.)

Eine photometrische Untersuchung der Fluoreszenz des Joddampfes.
(A Photometric Study of the Fluorescence of Jodine Vapour.)

Von R. W. Wood und W. P. Speas.

Die Verringerung der Intensität der Fluoreszenz des Joddampfes infolge von Beimischung von Luft oder einem anderen fremden Gase hat der eine von uns vor einer Reihe von Jahren untersucht[1]). Im Anschluß hieran haben dann Wood und Franck[2]) entdeckt, daß solche Gase, welche stark elektronegativ waren, am wirksamsten waren, was die Verringerung der

1) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **21**, 309, 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 72, 1911; diese Zeitschr. **12**, 1204, 1911.

2) Phil. Mag. (6) **21**, 314, 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 78, 84, 1911; diese Zeitschr. **12**, 81, 1911.

Fluoreszenzstärke anbetrifft. Von allen untersuchten Gasen war Helium das am wenigsten wirksame, war doch die Fluoreszenzintensität des Joddampfes, wenn er mit Helium gemischt worden war, selbst bei zwei bis drei Zentimetern Druck, fast ebenso groß wie im Vakuum. Die Farbe des Fluoreszenzlichtes veränderte sich jedoch infolge der Gegenwart des Heliums von Gelbgrün in Orangerot, und die erhaltenen Kurven zeigten, daß dies eine Folge des Umstandes war, daß das Helium die Intensität der kurzwelligeren Strahlungen im Fluoreszenzspektrum in höherem Maße verringerte als die minder brechbaren Strahlungen. Die ausgedehnten Untersuchungen über die merkwürdigen Resonanzspektren, welche der Dampf emittiert, wenn er durch monochromatisches Licht erregt wird, Untersuchungen, die der eine von uns im Laufe der letzten beiden Jahre ausgeführt hat, ließen eine eingehendere photometrische Untersuchung wünschenswert erscheinen; schien es doch wahrscheinlich, daß sorgsame Bestimmungen der Intensitätsänderungen der Strahlungen mit der Dichte des Joddampfes gewisse dunkle Punkte — beispielsweise den Umstand, daß das schwache Bandenspektrum, welches das Resonanzspektrum begleitet, dann stärker entwickelt ist, wenn sich der Joddampf infolge Kühlung der Röhre in Eis auf sehr geringer Dichte befindet — einigermaßen beleuchten würden. Ferner bietet es erhebliches Interesse, festzustellen, bis zu welchem Grade das Leuchten eines Jodmoleküls durch die Nähe anderer Jodmoleküle vermindert wird, mit anderen Worten: den Einfluß von Joddampf unter verschiedenen Drucken auf die Intensität der Jodfluoreszenz zum Zwecke der Vergleichung mit den Wirkungen der verschiedenen anderen in den früheren Untersuchungen bestimmten Gasen festzustellen.

Im vorliegenden Falle wird indessen die Sache dadurch kompliziert, daß durch eine Druckerhöhung die Anzahl der fluoreszierenden Moleküle gesteigert wird.

Es hat sich indessen als möglich herausgestellt, diesem Umstande Rechnung zu tragen, und eine Kurve zu konstruieren, welche die zerstörende Wirkung des Joddampfes auf die Fluoreszenz des Joddampfes zeigt, und welche den Kurven genau analog ist, die bei den früheren Untersuchungen für Helium, Argon, Stickstoff, Wasserstoff usw. konstruiert worden sind.

Der Joddampf war in einer ausgepumpten Glasröhre von derselben Form enthalten, wie sie bei der Untersuchung der Resonanzspektren[1]) benutzt wurde. Das mittels eines großen Kondensors längs der Achse der Röhre erzeugte Bild eines Quarz-Quecksilberlichtbogens erregte eine Fluoreszenz von sehr konstanter Stärke, und diese wurde mit einem Photometer unter Betrachtung der fluoreszierenden Dampfsäule in der Längsdurchsicht („*end-on*“) gemessen. Das Photometer gehörte derselben Type an wie das bei den früheren Untersuchungen benutzte, und zwar war die Vergleichslichtquelle ein weißer Schirm, der von dem Lichte eines Auerstrumpfes beleuchtet wurde, nachdem dieses durch geeignete Filter hindurchgegangen war, damit seine Farbe mit der gelbgrünen Farbe der Fluoreszenz übereinstimmte. Die Temperatur der Röhre wurde mittels eines Wasserbades erhöht oder aber dadurch erniedrigt, daß ein seitliches Ansatzrohr in ein Alkoholbad eingetaucht wurde, das in einem kleinen Dewarbecher enthalten war und durch Zusatz von flüssiger Luft auf jede gewünschte Temperatur abgekühlt werden konnte. Die Dichte des Joddampfes wird durch die Temperatur des kältesten Teiles des Systems bestimmt; es war somit beim Arbeiten unterhalb der Zimmertemperatur nichts weiter erforderlich, als die Temperatur des kleinen Ansatzrohres zu verändern.

Es stellte sich heraus, daß eine meßbare Fluoreszenz noch bei einer Dichte erhalten wurde, die -30^0 C entsprach. Es war indessen unmöglich, einen absolut schwarzen Hintergrund zu erhalten, selbst dann nicht, wenn das Ende der Röhre auf eine Strecke von 10 cm schwarz angestrichen worden war. Um die geringe Menge zerstreuten und reflektierten Lichtes zu bestimmen, die der Hintergrund aussandte, brauchten wir nur das Ansatzrohr in flüssige Luft einzutauchen; dadurch wurde jede Spur von Joddampf aus der Beobachtungsröhre entfernt, und wir hatten dann nur nötig, die Intensität der sehr schwachen Beleuchtung des Hintergrundes zu messen. Diese konstante Größe brachten wir in jedem Einzelfalle von der gemessenen Intensität der Fluoreszenz in Abzug.

Beim Arbeiten oberhalb der Zimmertemperatur wurde die ganze Röhre in einen mit destilliertem Wasser von der verlangten Temperatur gefüllten rechteckigen Glastrog eingetaucht.

Die Intensitätsänderung der Fluoreszenz als Funktion der Temperatur wird durch die Kurve **A** unserer Fig. 1 veranschaulicht. In dieser Kurve stellen die Ordinaten die Intensitäten und die Abszissen die Temperaturen dar. Selbstverständlich beeinflußt eine Temperaturänderung die Intensität der Fluoreszenz nur dadurch, daß sie die Dampfdichte verändert.

Die Änderung der Dichte des Joddampfes mit der Temperatur wird aus der Kurve **B** ersichtlich, bei der die Drucke in Millimetern Quecksilber (als Ordinaten) links von der Kurve

1) Diese Zeitschr. 14, 177, 1913.

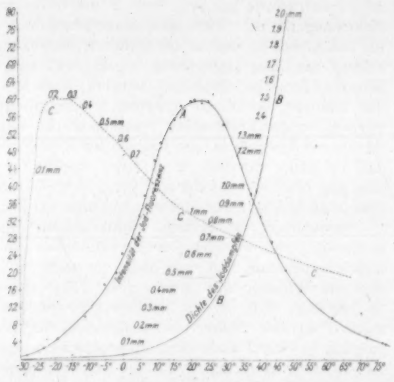


Fig. 1.

angegeben sind. Diese Kurve ist nach den Werten gezeichnet worden, die Baxter, Hickey und Holmes[1]) zwischen 0°C und 55°C erhalten haben. Diese Forscher geben keine Werte unterhalb 0° an, trotzdem sich eine schwache Fluoreszenz bei −30°C beobachten läßt; bis zu diesem letztgenannten Punkte haben wir denn auch die Kurve durch rohe Extrapolation weiter geführt.

Die Intensitätskurve **A** ist merkwürdig symmetrisch und hat ihren Höchstwert bei 20° bis 25°C. Wenn wir die Temperatur von −30°C bis 0°C steigern, so wächst die Intensität wahrscheinlich sehr nahezu proportional mit der Druckzunahme, da ja bei diesen sehr geringen Dichten die seitens eines Moleküls ausgesandte Strahlung nicht durch die Gegenwart seiner Nachbarmoleküle vermindert wird. Oberhalb 0° ist indessen die Zunahme nicht mehr proportional der Zunahme der Molekülzahl, weil der Dampf anfängt, seine eigene Fluoreszenz auf dieselbe Weise zu vernichten, wie es ein anderes Gas, beispielsweise Stickstoff oder Kohlensäure, tun würde, nur in sehr viel höherem Maße. Beispielsweise ist bei einem Druck von 0,05 mm (bei 5°C) die Intensität 33, während sie bei einem Druck von 0,1 mm (bei 11°C) nur 46 ist und nicht 66, ein Wert, den wir erwarten müßten, falls keine Wechselwirkung zwischen den Molekülen bestände. Zwischen 17°C und 25°C wird zwar die Anzahl der Moleküle mehr als doppelt so groß, aber es findet keine Zunahme der Intensität statt, weil die Zunahme in der Anzahl der strahlenden Moleküle durch die Verminderung der Intensität der von jedem einzelnen Moleküle ausgehenden Strahlung infolge der Gegenwart der Nachbarmoleküle fast genau ausgeglichen wird. Oberhalb 25°C überwiegt die Intensitätserniedrigung, und die Kurve fällt schnell.

Wenn wir die Intensitäten (als Ordinaten) als Funktion der Drucke (als Abszissen) auftragen, so erhalten wir die (gestrichelte) Kurve **C**, bei der die Drucke (also die Abszissen) längs der Kurve vermerkt worden sind. Diese Kurve gibt uns eine bessere Vorstellung von der Erscheinung als die Kurve **A**, weil hier die Intensitäten unmittelbar als Funktion jener Änderungen des physikalischen Zustandes dargestellt werden, welche die Strahlung beeinflussen. Diese Kurve zeigt uns indessen nur die Änderung in der Intensität der seitens sämtlicher Moleküle emittierten Gesamtstrahlung mit zunehmendem Druck.

Angesichts der früheren Arbeiten, in denen die Verringerung der Intensität der Strahlung seitens einer konstanten Anzahl von Jodmolekülen infolge der Gegenwart fremder Moleküle untersucht worden war, bietet es großes Interesse, festzustellen, in welchem Maße die von einer gegebenen Gruppe von Jodmolekülen ausgesandte Strahlung durch Einschaltung anderer Moleküle derselben Art verringert wird, oder mit anderen Worten, den verringernden Einfluß des Joddampfes auf seine eigene Fluoreszenz im Vergleich zu dem Einfluß anderer Gase festzustellen.

Dies läßt sich sehr leicht erreichen, wenn man die durch die Kurven **A** und **B** dargestellten Werte folgendermaßen kombiniert:

Bei einer Temperatur von 0° ist der Druck 0,03 mm und die Intensität der Fluoreszenz 24. Wir wollen nun die Intensität der Strahlung eben derselben Molekülgruppe bestimmen, wenn eine gleiche Anzahl ähnlicher Moleküle zwischen sie eingeschaltet worden ist. Wir erhöhen die Temperatur auf 7°C: der Druck verdoppelt sich (auf 0,06 mm) und die Intensität wächst auf 36. Wir haben indessen die Strahlung seitens sämtlicher Moleküle gemessen und haben es nur mit jener zu tun, die seitens der ursprünglichen Gruppe emittiert wird, und diese Gruppe steuert zu der gemessenen Intensität die Hälfte bei. Infolgedessen müssen wir den Wert 36 durch 2 dividieren, und das ergibt uns 18. Die Intensität der Strahlung unserer Gruppe ist durch einen Druckzuwachs um 0,03 mm von 24 auf 18 verringert worden.

Bei einer Temperatur von 11°C ist der Druck 0,09 mm und die Intensität 47; von dieser wird ein Drittel, also 15,7, von der ursprünglichen Gruppe beigesteuert. Folglich wird

1) Journ. Amer. Chem. Soc. **29**, 127, 1907 (Februar).

die Intensität durch eine Druckzunahme um 0,06 mm von 24 auf 15,7 verringert.

Auf diese Weise können wir eine Kurve konstruieren, welche die Intensitätsabnahme infolge der Wechselwirkung zwischen den Molekülen zeigt.

Es ist indessen zu beachten, daß wir die ursprüngliche Gruppe bei einem Drucke unterhalb jenes Druckes wählen müssen, bei dem die Wirkung eines Moleküls auf die von einem Nachbarmolekül ausgesandte Strahlung merklich ist. Wenn wir als Ausgangspunkt die Intensität 12 bei einem Druck von 0,015 mm nehmen, finden wir, daß die Intensität bei 0,03 mm 24 ist. Die Hälfte hiervon ist 12, unser ursprünglicher Wert. Das heißt mit anderen Worten: eine Druckerhöhung um 0,015 mm hat keine Intensitätsabnahme zur Folge gehabt. Bei 0,045 mm ist die Intensität 30; ein Drittel hiervon ist 10; es hat also eine geringe Abnahme stattgefunden.

Auf diese Weise haben wir die Kurve **D** (Fig. 2) ermittelt; dabei haben wir die berechneten Werte

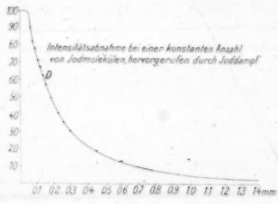


Fig. 2.

mit $8^1/_3$ multipliziert, um die Intensität der bei dem niedrigsten Druck von dem Dampf ausgehenden Strahlung gleich 100 zu machen. Diese Kurve zeigt uns den außerordentlichen Einfluß des Joddampfes auf seine eigene Fluoreszenz; vermindert doch der Dampf bei 1 mm Druck die Intensität von 100 auf 5.

Es ist interessant, die Wirkung des Joddampfes mit jener der in den früheren Arbeiten untersuchten Gase und Dämpfe zu vergleichen. In jenen anderen Fällen wurde eine konstante Temperatur angewandt, was zur Folge hatte, daß die Dichte des Joddampfes unverändert blieb; gemessen wurde die Intensität der Fluoreszenz, wenn verschiedene Gase bei verschiedenen Drucken in die Röhre eingeleitet wurden.

Die Intensität wird von 100 auf 19 erniedrigt durch Wasserstoff bei 24 mm, durch Luft bei 11 mm, durch CO_2 bei 7 mm, durch Ätherdampf bei 3 mm, durch Jodchlorid bei 1,8 mm und durch Joddampf bei einem Druck von nur 0,4 mm.

Es ist wahrscheinlich, daß Chlor noch wirksamer sein würde als Jod, weil es noch stärker elektronegativ ist. Der oben angeführte Wert für Jodchlorid ist der in der früheren Veröffentlichung für Chlor angegebene; es war dort nämlich die Tatsache übersehen worden, daß sich die Dämpfe, wenn sie miteinander vermischt werden, zu der Verbindung vereinigen. Es war immer ein Überschuß von Jod in der Röhre, so daß es kaum zweifelhaft ist, daß die richtige Deutung des Versuchs die sein wird, den aktiven Dampf als Jodchlorid anzusehen, und nicht als Jod.

Bromdampf ist stärker elektronegativ als Joddampf, und trotzdem er ein ähnliches Absorptionsspektrum hat wie Jod, ist seine zerstörende Wirkung auf seine eigene Fluoreszenz so gewaltig, daß es nur bei Drucken, die vermutlich in der Nähe von 0,001 mm liegen, möglich ist, die Fluoreszenz zu beobachten, da die Intensität so gering ist, daß die Erscheinungen nur unter Schwierigkeiten wahrgenommen werden können. Man muß Sonnenlicht auf die Mitte der ausgepumpten Kugel fokussieren und den Bromdampf durch Anwendung fester Kohlensäure auf die Außenwand kondensieren. Unmittelbar, ehe sich die letzte Spur von Dampf kondensiert, zeigt sich eine sehr schwache grüne Fluoreszenz, etwa von der Intensität, wie Joddampf sie bei -30^0 C. aufweist.

Die mit Joddampf bei verschiedenem Druck gewonnenen Ergebnisse bestätigen die in der früheren Veröffentlichung aufgestellten allgemeinen Sätze:

> Damit wir eine sichtbare Fluoreszenz erhalten, muß eine hinreichende Anzahl von Molekülen zugegen sein. Ihre Anzahl darf jedoch nicht so groß sein, daß sie zu gegenseitigen Störungen Anlaß gibt. Der Druck, bei dem die stärkste Fluoreszenz auftritt, hängt von dem elektrischen Charakter des Moleküls ab.

Absorption des Fluoreszenzlichtes[1]) durch Joddampf.

Es liegt auf der Hand, daß man zum Zwecke einer richtigen Deutung der mit dem Photometer gefundenen Ergebnisse Bestimmungen über das Absorptionsvermögen des Dampfes für das Fluoreszenzlicht vornehmen muß, weil bei sämtlichen Versuchen das Fluoreszenzlicht gezwungen ist, eine größere oder geringere Menge absorbierenden Dampfes zu durchlaufen.

1) Die Absorption des erregenden Lichtes zu berücksichtigen, ist, außer bei den höheren Dampfdichten, unnötig, da die Beobachtungen in wenigen Millimetern Abstand vom Eintrittspunkte vorgenommen werden, und die Intensitätsverminderung des Lichtstrahls erst nach Durchlaufen von mehreren Zentimetern des Dampfes merklich wird. Bei unseren Versuchen war die Intensität des Fluoreszenzflecks (des Querschnitts des Bildes des Quarz-Lichtbogens) auf seiner ganzen Fläche völlig gleichmäßig.

Die Farbe des Fluoreszenzlichtes ist bei dichtem Dampfe ausgesprochen rot, bei Zimmertemperatur orangegelb, und bei den tiefsten Temperaturen gelb mit einem Stich ins Grüne. Wenngleich dieser Farbenwechsel zum Teil auf einer Absorption des grünen Teiles des Spektrums des emittierten Lichtes beruht, spielt doch zweifellos noch ein Faktor mit. Bei der früheren Untersuchung hat sich herausgestellt, daß sich die Farbe ganz ausgesprochen nach rot hin änderte, wenn einer konstanten Menge Joddampf Helium beigemischt wurde, und dieselbe Wirkung wurde in abnehmendem Maße bei Argon, Wasserstoff und Stickstoff beobachtet. Indessen wurde keine Farbenänderung beobachtet, wenn die Intensität durch Chlor verringert wurde. Wir sprachen die Vermutung aus, daß ein fremdes Gas die Intensität der Fluoreszenz auf zweierlei Weise verminderte, nämlich einerseits durch seine elektronegative Eigenschaft — und zwar ist die Verminderung in diesem Falle von keinem Farbenwechsel begleitet —, andererseits durch Zusammenstöße, welche die Intensität der kurzen Wellen stärker vermindern als die der langen. Es ist durchaus möglich, daß die Zusammenstöße jene Linien, die ich als Resonanzstrahlungslinien bezeichnet habe, mehr schwächen als die Linien erhöhter Wellenlänge.

Bei der Schwächung der Intensität durch Joddampf beruht die Farbenänderung vermutlich zum großen Teile auf Absorption. Die Messungen haben nämlich gezeigt, daß das Fluoreszenzlicht durch Joddampf stärker absorbiert wurde als Licht von derselben Farbe, das durch Filtrieren des Auerlichtes durch geeignete Farbfilter erhalten worden war. Das ist eine Folge des Umstandes, daß das Fluoreszenzspektrum diskontinuierlich ist und einige seiner Linien mit Absorptionslinien zusammenfallen. Wenn die beiden Felder im Photometer, von denen das eine mit dem Fluoreszenzlicht beleuchtet wurde, das andere mit dem filtrierten weißen Licht, gegeneinander abgeglichen worden waren, wurde das Gleichgewicht gestört, wenn zwischen das Auge und das Photometer eine Kugel mit Joddampf gehalten wurde. Wir stellten auch Messungen in der Weise an, daß wir die Länge der beleuchteten Joddampfsäule mit Hilfe von Schirmen einschränkten und zuerst das am weitesten vom Photometerkopf entfernte Ende der Röhre beleuchteten und danach das näher gelegene Ende. Die tatsächliche Intensität der Fluoreszenz war in beiden Fällen dieselbe, aber im ersteren Falle war die gemessene Intensität geringer, weil das emittierte Licht eine größere Schichtdicke Joddampf durchlaufen hatte.

Die Ergebnisse zeigten an, daß die dem Photometer zunächst gelegenen Teile der beleuchteten Säule mehr zu der Intensität beitrugen als die weiter entfernt gelegenen.

Es ergab sich, daß die Absorption für die Fluoreszenz des Dampfes bei 0° viel stärker war als bei Zimmertemperatur; sie belief sich nämlich bei einer 14 cm dicken Joddampfschicht von 23° im ersteren Falle auf 43 v. H. und im letzteren auf 29 v. H. Die Absorption wurde dadurch herbeigeführt, daß zwischen die Fluoreszenzröhre und das Photometer eine ausgepumpte Kugel von 14 cm Durchmesser eingeschaltet wurde, die Jodkristalle enthielt. Statt die Kugel zu entfernen, um die Intensität ohne Absorption zu bestimmen, kondensierten wir den Joddampf durch Auflegen von Watte, die mit flüssiger Luft getränkt wurde. Auf diese Weise eliminierten wir den von Reflektionen an den Wänden der Kugel herrührenden Verlust.

Die Wirkung der Absorption wird darin bestehen, daß sie eine Intensitätsabnahme der Fluoreszenz mit zunehmender Dampfdichte herbeiführt. Die Wirkung wird dadurch einigermaßen kompliziert, daß der grüne Teil des Spektrums stärker absorbiert wird als der rote. Dieser Umstand wird eine Änderung der Fluoreszenzfarbe zur Folge haben, abgesehen von der bereits erwähnten Ursache, nämlich den Zusammenstößen mit anderen Molekülen. Die Intensitätskurve fällt infolgedessen rascher ab, als es der Fall sein würde, wenn keine Absorption vorhanden wäre. Es ist nicht ganz leicht, die Korrektion für die Absorption vorzunehmen, weil das von jedem einzelnen beleuchteten Elemente der Dampfsäule ausgehende Licht gezwungen ist, eine andere Schichtdicke des Dampfes zu durchlaufen. Die Hauptursache für die Intensitätsabnahme ist die Wechselwirkung zwischen den Molekülen. Es ist nicht die geringste Spur einer Oberflächenfluoreszenz oder eines Glühens einer dünnen, mit der Wandung in Berührung stehenden Dampfschicht vorhanden. Eine solche würde durch Absorption praktisch nicht beeinflußt werden. Sie ist bei Quecksilberdampf in sehr ausgesprochenem Maße vorhanden, und zwar sowohl bei der sichtbaren Fluoreszenz, die man erhält, wenn man den in einem erhitzten Quarzkolben enthaltenen dichten Dampf mit dem Lichte des Funkens beleuchtet, als auch bei der ultravioletten Resonanzstrahlung, die bei Drucken unter 1 mm seitens der Quecksilberbogenlinie 2536 Å.-E. erregt wird, wie dies der eine von uns kürzlich dargetan hat.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 23. Februar 1914.)

Zur Photometrie der Lumineszenzerscheinungen.

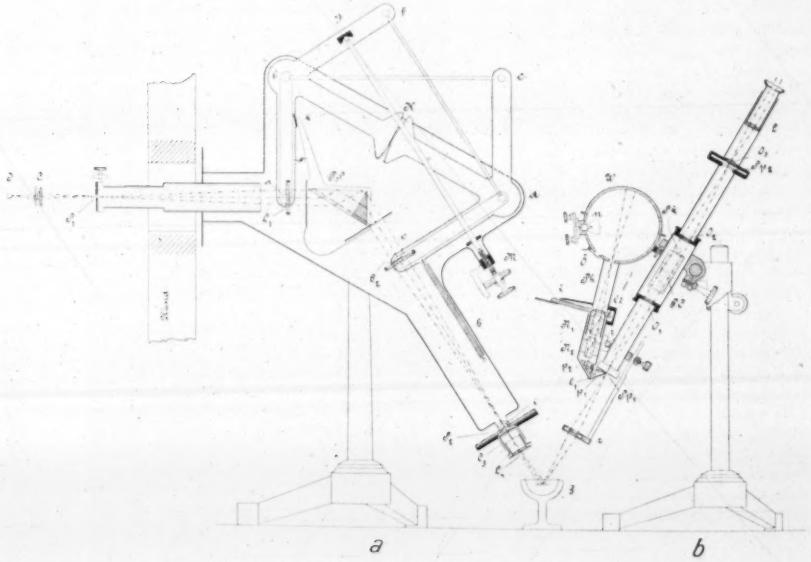
Von F. v. Hauer und J. v. Kowalski.

Die Ausmessungen der Lumineszenzerscheinungen benötigen einer einfachen Apparatur, welche sowohl erlaubt, das lumineszierende Präparat monochromatisch zu beleuchten, als auch die resultierende Lumineszenzerscheinung spektralphotometrisch zu untersuchen.

Wir beabsichtigen zunächst einen zu diesem Zweck gebauten Ultraviolett-Monochromator und ein lichtstarkes Spektralphotometer zu beschreiben, wie auch einige damit durchgeführte Lumineszenzbeobachtungen mitzuteilen, um auf die vielseitige Anwendbarkeit der Apparate[1]) hinzuweisen.

1. Der Monochromator.

Die Konstruktion des Monochromators ist aus der Fig. 1a zu ersehen. J stellt die Lichtquelle dar, deren Licht durch den Quarzkondensor C auf den mikrometrisch verstellbaren Spalt S^1 konzentriert und sodann durch die Kollimatorlinse L^1 parallel gemacht wird. PS stellt ein Compound-Quarzprisma mit konstanter Ablenkung dar. Nachdem das Licht das Prisma durchsetzt hat, entwirft die Linse L^2 auf dem Schirm ein reelles Spektrum, aus dem durch den verstellbaren Spalt S^2 eine beliebige Stelle ausgeblendet werden kann. Durch die zwei Zylinderlinsen L^3 und L^4 werden diese Strahlen zu einem Rechteck abgebildet. Die Einstellung der Linsen L^1 und L^2, sowie des Prismas für die verschiedenen Wellenlängen erfolgt an der Mikrometerschraube M, mit Hilfe des Gestänges und des Zahngetriebes K, das so berechnet ist, daß immer die auf den Spalt S^2 fallende Wellenlänge des Spektrums scharf erscheint. Es kann also ein Rechteck von der Größe 2 auf 3 mm erleuchtet, mit beliebigem Spektrallicht auf ein Präparat konzentriert werden. Der ganze Apparat kann sowohl in horizontaler, wie in vertikaler Ebene benutzt werden. In der Fig. 1 wird seine Anwendung in der vertikalen Ebene zur Beleuchtung eines in dem Dewargefäß G befindlichen Präparats dargestellt. Die Mikrometerschraube M ist mit einer Teilung versehen,



a b

Fig. 1.

[1]) Die beiden Apparate wurden auf Veranlassung eines von uns in den optischen Werkstätten der Firma Franz Schmidt & Haensch in Berlin ausgeführt und erlauben wir uns hiermit, dem wissenschaftlichen Leiter der Firma, Herrn Dr. Bechstein, unsern verbindlichsten Dank auszusprechen für die tadellose Art und Weise, in welcher er die beiden Apparate durchkonstruiert hat.

welche eine Kalibrierung des Apparats in Wellenlängen ermöglicht.

Zu diesem Zwecke kann man auf dem Schirm i eine fluoreszierende Uranglasplatte aufsetzen und so visuell bekannte Spektrallinien, z. B. von einer Quecksilberbogenlampe, mit dem Spalt Sp^2 zur Deckung bringen. Der Schirm i ist außerdem um eine, in der Verlängerung des Spaltes 2 befindlichen Achse drehbar und mit einer Millimeterteilung versehen. Eine Schiefstellung des Schirmes i erlaubt, auf der Uranglasplatte das ganze ultraviolette Spektrum angenähert scharf aufzufangen. Diese Vorrichtung ist bequem, wenn man sich schnell orientieren will, welche Durchlässigkeit gewisse Substanzen im Ultraviolett haben. Folgende Angaben geben ein Bild von der Dispersion dieses Monochromators:

Trommelskalenteil: 4135.....3381.....2458.....
Wellenlänge: 365,5 $\mu\mu$ 296,7 $\mu\mu$ 253,7 $\mu\mu$.

2. Das Spektro-Photometer.

Bei der Konstruktion dieses Spektral-Photometers, welches zur subjektiven Beobachtung der sehr lichtschwachen Phosphoreszenz- und Fluoreszenzerscheinungen bestimmt war, war der Gedanke maßgebend, daß es hier nicht auf großes Öffnungsverhältnis, sondern vielmehr darauf ankam, daß das in den Apparat gelangende Licht auch möglichst in die Augenpupille des Beobachters fällt. Die Details der Konstruktion sind aus der Fig. 1b ersichtlich. Das zu untersuchende Licht wird durch die Linse z auf die untere Hälfte des verstellbaren Spaltes Sp^1 konzentriert, durch die achromatische Linse O^1 parallel gemacht, und vermöge des geradsichtigen Prismas PC und der Linse O^2 zu einem reellen Spektrum bei Spalt Sp^2 abgebildet. Sp^2 stellt einen verstellbaren Spalt dar, dessen Feld mit Hilfe des Okulars L, das bei a eine ungefähr dem Durchmesser der Augenpupille (etwa 7 mm) entsprechende Blende besitzt, betrachtet wird. Natürlich erscheint nur die eine Hälfte des Spaltes mit dem von z kommenden Lichte erleuchtet, auf die andere Hälfte wird das Vergleichsspektrum geworfen. Zu dessen Herstellung dient eine Bechsteinsche Beleuchtungsvorrichtung; die innen mit Gips ausgekleidete Hohlkugel W wird durch das bei konstanter Spannung (etwa 2 Volt) brennende Glühlämpchen erhellt. Das aus einer engen Öffnung austretende Lichtbündel fällt auf die Linse l^1, wird durch diese parallel gemacht, durchsetzt die beiden Nicols N^1 und N^2 und wird mit Hilfe der Prismen p^1 und p^2 und der Linse l^1 auf die obere Hälfte des Spaltes Sp^1 konzentriert, so daß das zu untersuchende und das Vergleichsspektrum in Sp^2 unmittelbar übereinander gelagert erscheint. Die Helligkeit des Vergleichslichtes kann durch Drehen des Nicols N^1 geändert werden. Die Ablesung der Stellung des Nicols auf der Skala i gibt direkt die Prozente der Intensität. Eine kleine verschließbare Öffnung $\ddot{O}$ in der Kugel W dient zur Beleuchtung der Skala i. Seitlich rechts, auf der Figur nicht sichtbar, befindet sich noch ein Ansatzrohr, das die Abbildung der durch ein Glühlämpchen erleuchteten Wellenlängenskala in der Ebene des Spektrums ermöglicht. Um die vielseitige Anwendung dieser beiden Apparate bei der Beobachtung der Lumineszenzerscheinungen zu zeigen, beschreiben wir im folgenden einige von uns ausgeführte Untersuchungen.

3. Momentane und progressive Phosphoreszenz des Phenantrens.

Wie einer von uns in einer früheren Arbeit hervorgehoben hat, beobachtet man in der alkoholischen Lösung des Phenantrens bei der Temperatur der flüssigen Luft eine starke Phosphoreszenz. Die spektrale Untersuchung zeigt, daß, wenn man diese Phosphoreszenz mit dem Gesamtlicht einer Hg-Bogenlampe erregt, zugleich Momentan- und Dauerbanden auftreten, welche von Lenard in seinen Schwefelphosphoren beobachtet worden sind. Wir haben nun den Monochromator benutzt, um zu untersuchen, in welcher Weise sich die Erscheinung bei monochromatischer Belichtung zeigt. Zu diesem Zwecke wurde eine alkoholische Lösung von Phenantren in ein Platinnäpfchen gefüllt, dieses in ein mit flüssiger Luft gefülltes Dewargefäß gehängt und von oben mit Hilfe des Monochromators belichtet. Die Beobachtungsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Bei dem Photometrieren diente als Vergleichslicht das Glühlämpchen bei konstant gehaltener Spannung. Die Energieverteilung im Spektrum wurde durch Vergleich mit einer Hefnerlampe unter Zugrundelegung der Messungen Ångströms[1]) ausgewertet, so daß die relativen Intensitätsverhältnisse auf Energien reduziert werden konnten. Zunächst wurde das Präparat mit der starken Hg-Liniengruppe 365, 365,5 und 366,3 $\mu\mu$ bestrahlt. Man beobachtet eine Fluoreszenz im Orange beginnend, welche nach den kurzen Wellenlängen hin an Intensität zunimmt. Auch bei Zimmertemperatur ist in der Lösung eine solche, allerdings sehr lichtschwache Fluoreszenz zu bemerken.

Die Verteilung der Energie im Fluoreszenzspektrum, wie sie mit dem beschriebenen Photometer ermittelt worden ist, ergibt die Fig. 3.

1) Diese Zeitschr. 5, 456, 1904.

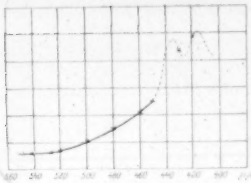


Fig. 3.

Dabei ist aber zu bemerken, daß die Messungen in der Nähe von 430 $\mu\mu$ infolge des störenden Einflusses der durch Diffusion an den Monochromatorlinsen hereingelangten Strahlen der *Hg*-Linie 434,8 $\mu\mu$ nicht genau gemacht werden konnten. Daher konnten die auf photographischem Wege bei gewöhnlicher Temperatur von J. Stark und W. Steubing[1]) im sichtbaren Spektrum gefundenen Banden nicht durchphotometriert werden. Die Belichtung des Phenantrens mit der *Hg*-Linie 404,7 $\mu\mu$ oder den Magnesiumlinien 382,9, 383,2 und 383,8 $\mu\mu$ ergab denselben Charakter der Fluoreszenz. Dieser Fluoreszenz entspricht die momentane Phosphoreszenz. Belichten wir nun das Präparat mit *Hg*-Licht, welches kurzwelliger als die Linie 365 $\mu\mu$ ist, so ist die Erscheinung völlig verschieden, es treten schmale Banden auf, deren Intensitätsverteilung im Spektrum die Fig. 4

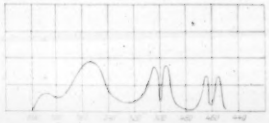


Fig. 4.

wiedergibt; diese Banden konnten wegen ihrer Feinheit nur schätzungsweise ausphotometriert werden. Sie erscheinen nicht sofort bei ihrer Belichtung in der vollen Stärke, sondern klingen erst in einigen Sekunden an, ebenso klingen sie nach der Belichtung etwa 1 Minute lang ab. Sie entsprechen also dem, was einer von uns als progressive Phosphoreszenz bezeichnet hat. (Dauerbanden nach Lenard.)" Die Absorptionsverhältnisse des Phenantrens wurden im hiesigen Institut von Herrn Friedblatt beobachtet, und werden in einer demnächst erscheinenden Dissertation veröffentlicht werden. Wir entnehmen den Resultaten des Herrn Friedblatt die Beobachtung, daß unterhalb der Wellenlänge 350 $\mu\mu$ die starke selektive Absorption des Phenantrens beginnt, während oberhalb dieser Wellenlänge nur zwei schwache, flache Banden zu erkennen sind. Es bestätigt sich also die seinerzeit aufgestellte Behauptung, daß die Dauerbanden der Phosphoreszenz der Absorption des Lichtes im Gebiete der selektiven Absorption entsprechen. [v. Kowalski[1]).]

1) J. Stark u. W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 486, 1908.

4. Erregungsverteilung für die Fluoreszenz des *Li-K-Pt*-Cyanürs.

Eine ausführliche Untersuchung der Absorptions- und Lumineszenzeigenschaften der Platincyanüre wird an anderer Stelle beschrieben werden. Wir wollen hier nur einige Beispiele anführen, welche die Anwendbarkeit der beschriebenen Apparatur kennzeichnen sollen. Es wurde die Intensität des Fluoreszenzlichtes bei einem Lithium-Kalium-Platincyanürkristall in Abhängigkeit von der Wellenlänge des erregenden Lichtes bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde mit den einzelnen *Hg*-Linien, die mit Hilfe des eingangs beschriebenen Monochromators aus der Quecksilberlampe isoliert wurden, ein solcher Kristall bestrahlt und die Helligkeit des Fluoreszenzlichtes in der Gegend von 560—570 $\mu\mu$ gemessen. Diese Helligkeiten wurden unter der Annahme, daß die Intensität des Fluoreszenzlichtes der erregenden Intensität proportional, nach den Messungen im *Hg*-Spektrum von E. Ladenburg[2]) und A. Pflüger[3]) auf gleiche erregende Intensitäten reduziert und so die Intensität des Fluoreszenzlichtes als Funktion der Wellenlänge des erregenden Lichtes graphisch aufgetragen. (Fig. 2.)

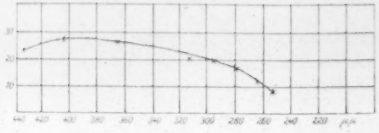


Fig. 2.

Man sieht, daß die Kurve ungefähr bei 400 $\mu\mu$ durch ein Maximum geht. Dabei war als erregende Intensität die auffallende, nicht die absorbierte Energie genommen, da eine Messung der Absorption wegen der Inhomogenität des Kristalls und der dadurch bedingten starken Zerstreuung des Lichtes im Innern nicht möglich war.

1) v. Kowalski, diese Zeitschr. **12**, 956, 1911.
2) E. Ladenburg, diese Zeitschr. **5**, 525, 1904.
3) A. Pflüger, Ann. d. Phys. **26**, 789, 1908.

5. Fluoreszenzspektrum des *Ru-Pt*-Cyanürs bei verschiedenen Erregungen.

Schließlich wurde das Fluoreszenzspektrum des Rubidium-Platinocyanürs bei verschiedenen erregenden Wellenlängen untersucht. Dabei zeigte sich, daß diese bei Erregung mit Licht von der Wellenlänge 4047 Å. eine Fluoreszenzbande aussendet, deren Maximum ungefähr bei 470 $\mu\mu$ liegt, bei Erregung mit den *Hg*-Linien 365, 365,5 und 366,3, aber auch bei 314,5, 313,2 und 313,6 $\mu\mu$ ins Ultraviolette rückt. (Fig. 5.) Die Intensitäten sind, weil Mittelwerte, über einen bestimmten Wellenlängenbereich, durch Striche eingezeichnet.

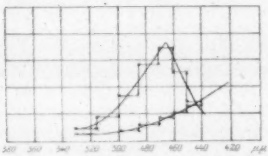


Fig. 5.

Es läge die Vermutung nahe, diese Verschiebung als eine scheinbare aufzufassen, hervorgerufen durch die verschieden starke Erregung zweier Banden. Der Verlauf der Kurven spricht aber nicht dafür, denn daraus könnte schwerlich eine so starke Verschiebung resultieren, und außerdem müßte bei Kurve *A*, deren erregende Wellenlängen (365, 365,5, 366,3) von der bei Kurve *B* (404,7) gar nicht so sehr verschieden sind, das Maximum der langwelligeren dieser beiden gedachten Banden zu bemerken sein. Eine andere mögliche Erklärung wäre, daß das Maximum der Kurve *A* durch Absorption bedingt ist, denn die Änderung der Intensitätskurve durch Absorption braucht nicht für beide Fälle gleich zu sein, da ja das erregende Licht in den beiden Fällen verschieden tief in den Kristall eindringt. Die Fluoreszenzstrahlung kommt, da die Absorption, wenigstens im sichtbaren Gebiet, nach den kürzeren Wellenlängen wächst, im Falle *A* zum Teil aus tieferen Schichten, wird also mehr absorbiert. Wäre das der Grund der Verschiebung, so müßte das auf der anderen Seite des Kristalls austretende Fluoreszenzlicht, da jetzt das von dem tiefer eingedrungenen Licht erregte Fluoreszenzlicht eine kürzere Strecke zurückzulegen hat, also weniger durch Absorption entstellt ist, die Verschiebung umgekehrt zeigen. Die untenstehenden Zahlen, die die Messungen dieses an der Rückseite des Kristalls austretenden Fluoreszenzlichtes wiedergeben, zeigen aber, daß das Maximum wieder für Kurve *A* bei den längeren Wellen liegt, und zwar wieder ungefähr bei 470 $\mu\mu$. Auch diese Messungen sind auf gleiche Intensitäten reduziert.

		Erregung (4047)	(365, 365,5, 366,3)
Intensität des Fluoreszenzlichtes bei	500 $\mu\mu$	25.4	5.4
	490 „	40	6.3
	480 „	53.5	7.7
	470 „	52.4	9.7
	460 „	47.7	12

Die Verschiebung läßt sich also nicht durch Absorption erklären, sondern es scheint tatsächlich, als ob die Lage des Maximums der Bande von der Wellenlänge des erregenden Lichtes abhängig wäre. Bei Erregung mit Röntgenstrahlen lag das Maximum der Energie im Fluoreszenzspektrum wieder ungefähr bei 470 $\mu\mu$, doch wurde hier wegen der schlechten Konstanz von einer Messung der Energieverteilung abgesehen.

6. Einfluß der Temperatur auf einen Samarium-Kalzium-Phosphor.

Wie es einer von uns gemeinschaftlich mit Herrn Ch. Garnier[1]) gezeigt hat, darf man mit Vorteil in den Lenardschen Phosphoren seltene Erden als aktive Zusätze benutzen. Sehr schön phosphoreszieren die Samarien-Phosphore. Die folgende Untersuchung bezieht sich auf einen Samarium-Kalzium-Phosphor[2]), in welchem die Konzentration des Samariums $^1/_{100}$ normal war. Dieser Phosphor fluoresziert und phosphoresziert sehr stark. Bei Erregung mit dem durch ein Lehmannsches Uviolfilter, filtrierten Lichte einer Kohlenbogenlampe, gibt er sehr intensive Dauerbanden, welche sich sehr fein auf einem kontinuierlichen Grunde der momentanen Phosphoreszenz aufzeichnen. Die Banden konnten mit einem lichtstarken Spektrographen ausgemessen werden, ihre Breite übersteigt bei gewöhnlicher Temperatur nie mehr als 2 Å. Bei etwa 250° werden einige Banden breiter. In der folgenden Tabelle haben wir für die schmalen Banden die Wellenlänge auf die Mitte der Bande bezogen angegeben, dagegen bei den verbreiterten Banden die Grenzen derselben.

Nun wurde der Phosphor mit der genannten Lichtquelle erregt und in einem Quarzdewargefäß[3]) in einem Schwefelsäurebad auf eine

1) J. v. Kowalski u. Ch. Garnier, C. R. **144**, 836 bis 839, 1907.

2) Herrn Ch. Garnier, welchem wir das Samarium-Kalzium-Phosphorpräparat verdanken, sprechen wir hiermit unsern verbindlichsten Dank aus.

3) Das Quarzdewargefäß wurde aus den Mitteln, welche mir vom Elisabeth-Thompson-Fund zur Verfügung gestellt wurden, angeschafft, und spreche ich an dieser Stelle dem Kuratorium meinen verbindlichsten Dank aus.

20°		100°		250°	
λ	Bemerkung	λ	Bemerkung	λ	Bemerkung
6061	sehr stark	6526	breit, schwach	6652—6551	schwach
6013	stark	6148	schwach	6526—6463	„
5702	sehr stark	6096	„	6457—6416	„
5661	stark	6060	sehr stark	6140	„
5604	kaum sichtbar	6013	stark	6094	„
5564	„ „	5982	schwach	6058	sehr stark
		5952	„	6014	stark
		5774	sehr schwach	5983	schwach
		5732	„ „	5952	„
		5703	sehr stark	5870	kaum sichtbar
		5661	stark	5772	ziemlich stark
		5603	schwach	5730	„ „
		5564	sehr schwach	5702	sehr stark
				5660	stark
				5627	sehr schwach
				5602	ziemlich stark
				5562	schwach

Gesamtmaximum der Intensität bei 170°.

bestimmte Temperatur gebracht. Bei jeder Temperatur wurde nun die Intensität für die stärkste Bande der orange und grünen Gruppe der Banden bestimmt. Da bei der gewöhnlichen Temperatur die beiden Banden sehr schwach sind und außerdem infolge ihrer Feinheit nicht mit Sicherheit photometriert werden können, beschränkte man sich auf das Intervall zwischen 70° und 220°. Der Verlauf der Kurven für die Intensitäten ist in Fig. 6 wiedergegeben.

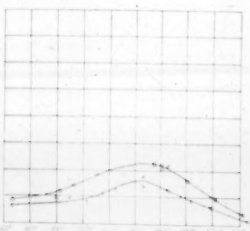


Fig. 6.

Es ergibt sich, daß das Maximum der Orangegruppe bei etwa 165° erreicht wird, das Maximum der grünen Gruppe bei etwa 170°. In Anbetracht der Schwierigkeiten bei den photometrischen Messungen darf man wohl annehmen, daß praktisch die Maxima bei derselben Temperatur erreicht werden. Da aber der Verlauf der Kurven ein verschiedener ist und speziell bei höherer Temperatur die grüne Intensität schneller abfällt als die orange, so zeigt der Phosphor bei starker Erwärmung einen Farbenwechsel. Es wurden auch einige Messungen über den Abfall der Phosphoreszenz bei der Temperatur von 70° und 170° gemacht. Diese Messungen wurden folgendermaßen ausgeführt: Während der Belichtung stellte man zunächst die Nicols des Spektrophotometers auf Gleichheit der Intensität der Fluoreszenzbande und des entsprechenden Vergleichsspektrums ein, sodann wurde das Vergleichsspektrum auf ein Zehntel seiner Intensität gebracht. Indem man nun das erregende Licht mittels eines Momentverschlusses unterbrach, konnte man die Zeit messen, welche verging, bis das Phosphoreszenzspektrum gleich intensiv dem Vergleichsspektrum wurde. Eine Reihe von Messungen zeigte, daß man solche Messungen mit einer Genauigkeit von 6 Proz. ausführen kann. Aus diesen Messungen ergab sich als Resultat: I. Der Abfall der Phosphoreszenz sowohl bei der orange wie bei der grünen Bande erfolgt viel schneller bei 170° als bei 70°. II. Der Abfall der Orangebande erfolgt rascher als der der grünen Bande. Infolgedessen tritt auch beim Abfall der Phosphoreszenz ein Farbenwechsel der Gesamtstrahlung im entgegengesetzten Sinne, aber wie bei der früher erwähnten starken Temperaturerhöhung ein.

Zusammenfassung.

1. Es wurde ein Monochromator für Ultraviolett, sowie ein Spektrophotometer zur Photometrierung schwacher Lichtquellen beschrieben. Die Anwendung der beiden Apparate wurde an verschiedenen Beispielen demonstriert.

2. Es zeigt sich, daß die Erregungsverteilung der momentanen Banden der Phosphoreszenz von der Erregungsverteilung der Dauerbanden des Phenantrens getrennt werden kann. Diese letzteren klingen nur an, wenn die Erregung in das Gebiet der selektiven Absorption des Phenantrens fällt.

3. Das Maximum der Erregung der Fluoreszenz des *Li-K-Pt*-Cyanürs liegt bei etwa 390 $\mu\mu$ und nimmt gegen das ultraviolette Ende des Spektrums ab.

4. Verschiedene Erregungen der Fluoreszenz des *Ru-Pt*-Cyanürs entsprechen verschiedenen Lagen des Maximums der Intensität der Fluoreszenzbande.

5. Es wurden Temperatureigenschaften der Phosphoreszenzdauerbanden bei einem Samarium-Kalzium-Phosphor untersucht. Es ergab sich:

a) Das Maximum der Intensität entspricht bei zwei verschiedenen Dauerbanden der Phosphoreszenz beinahe derselben Temperatur.

b) Die Temperaturkoeffizienten der Intensität sind aber für die verschiedenen Banden nicht gleich, und dieses hat zur Folge, daß ein Farbenwechsel in der Gesamtstrahlung stattfindet.

c) Die Geschwindigkeit des Abklingens der Phosphoreszenz nimmt im allgemeinen mit der Temperatur zu, dagegen ist diese Zunahme für verschiedene Banden verschieden und infolgedessen kommt auch ein Farbenwechsel bei dem Abklingen zum Vorschein.

Diese Erscheinungen konnten mit dem Photometer quantitativ bis auf etwa 6 Proz. genau verfolgt werden.

Freiburg in der Schweiz, Physikal. Institut der Universität, Februar 1914.

(Eingegangen 25. Februar 1914.)

Versuch, eine Gestalt der Furche für Plangitter zu finden, um ein intensives Beugungsspektrum zu bekommen.

Von Felix Biske.

Die Herren R. W. Wood und A. Trowbridge machten umfangreiche experimentelle Versuche, solche Echelettegitter zu konstruieren, die intensive Spektra im Ultrarot liefern[1]). Die Herren J. A. Anderson und C. M. Sparrow untersuchten theoretisch den Einfluß der Furchengestalt auf die spektrale Energieverteilung im Gitter, das mehrere, für verschiedene kleine Wellenlängenintervalle intensive Spektra liefert[2]). Es schien mir lohnenswert zu sein, vorerst solche Gestalt der Furche zu suchen, die möglichst viel Energie in ein Spektrum konzentriert, und dann die Energieverteilung nach der Diffraktionstheorie zu ermitteln.

Es sei in Fig. 1 eine dreieckige Gestalt der Furche BCA angenommen, mit den reflektierenden Seiten $BC = a$, $AC = b$, der Gitterkonstanten $BA = c$ und den entsprechenden

1) Physical Optics, S. 226 u. f., 1911.
2) Astrophys. Journ. **33**, 338, 1911.

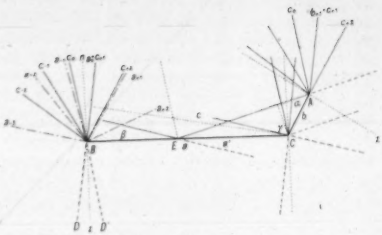


Fig. 1.

Winkeln β, α, γ, und es falle paralleles Licht senkrecht auf das Gitter in der Richtung $c_0 B$ ein. Den hauptsächlichsten Teil des Lichtes, der von der größeren Seite a in der Richtung Bc_{+1} reflektiert wird, kann man sich denken als in der Richtung DB einfallend. Die Lichtintensität in Spektren, die von der Gesamtheit solcher Seiten a des Gitters geliefert werden, ergibt sich für eine bestimmte Richtung nach der Diffraktionstheorie

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{a}{2}}{\left(\frac{\mu a}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{m \mu' c}{2}}{\sin^2 \frac{\mu' c}{2}},$$

wo $\mu = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha_1 + \alpha_0)$, $\alpha_1 \alpha_0$ die Richtungskosinus, welche die Richtung BD nach der Lichtquelle und die nach dem betrachteten Spektrum mit der Seite BC, entsprechend μ' für die Richtung BD' und die nach dem Spektrum mit der Seite BA, bilden und I_0 die Lichtintensität im Beugungsbilde einer Seite in der Richtung der einfallenden Strahlen bedeuten. Daraus ergibt sich im reflektierten Lichte das Beugungsbild des Spaltes a durchschnitten von dunklen Fransen in Richtungen, die bestimmt sind durch die Gleichung

$$a(-\sin\beta + \sin\delta_a) = +h\lambda,$$

wo alle Winkel in der rechten Richtung als positiv und die Beugungswinkel δ_a von der Normalen Bn zur Seite a aus zu zählen sind. Diese Richtungen der dunklen Fransen verschiedener Ordnungen h für eine bestimmte Wellenlänge λ seien durch Ba_{+1}, Ba_{-1} usw. bezeichnet. Da die Gitterkonstante c ist, so ergeben sich die Beugungsmaxima des ganzen Gitters in Richtungen, die bestimmt sind durch die Gleichung

$$c \sin\delta_c = \pm h\lambda,$$

wo die Beugungswinkel δ_c von der Normalen Bc_0 zur Seite c aus zu zählen sind. Die Richtungen dieser Maxima seien durch Bc_0, Bc_{+1},

Bc_{+2} usw. bezeichnet. Diese Maxima fallen in den Richtungen aus, in welchen die dunklen Fransen im Bilde des einzigen Spaltes a liegen würden. Damit ein Maximum, es sei das in Richtung Bc_{+1}, möglichst intensiv wird, ist es nötig, daß diese Richtung mit der Richtung des Maximums im Bilde des Spaltes a, d. h. mit der Richtung der Reflexion Ba_0 zusammenfällt, was die Bedingung gibt

$$\sin 2\beta = \frac{\lambda}{c} = x, \qquad (1)$$

weil dann $\delta_{c+1} = 2\beta$, und wenn bei bekannter Wellenlänge λ die unbekannte Gitterkonstante c durch $\frac{\lambda}{c} = x$ bestimmt wird. Weiter wäre es vorteilhaft, daß die Richtung des nächstliegenden noch intensiven Maximums Bc_{+2} in die Richtung der dunklen Franse Ba_{+1} einfällt, damit das zweite Spektrum nicht die Ausbreitung des ersten Spektrums stört und damit die Lichtenergie nicht auf unnötige Spektra verbraucht wird; diese Bedingung führt zu den Gleichungen:

$$a(-\sin\beta + \sin\delta_{a+1}) = \lambda, \quad c\sin\delta_{c+2} = 2\lambda,$$

$$\delta_{a+1} = \delta_{c+2} - \beta,$$

oder nach Elimination des δ_{a+1} und δ_{c+2}

$$2x\cdot\cos\beta - \sin\beta(1 + \sqrt{1-4x^2}) = \frac{\lambda}{a} = y, \qquad (2)$$

wenn die unbekannte Seite a durch $\frac{\lambda}{a} = y$ bestimmt wird. Das zentrale Bild, welches für alle Wellenlängen dieselbe Richtung Bc_0 behält, stört die Ausbreitung des ersten Spektrums nicht. Ferner wäre es notwendig, daß das gewählte erste Spektrum, welches zuerst in der Ausdehnung von der Wellenlänge λ bis $\frac{2}{3}\lambda$ angenommen wird, im ganzen Wellenlängenintervall mit voller Intensität zustande kommen kann, d. h. daß die elementaren Diffraktionsbündel, welche von der Seite a ausgehen, noch für die Wellenlänge 2λ durch die Seite b nicht gestört werden. Da die Richtung des ersten Spektrums für die Wellenlänge 2λ mit der des zweiten Spektrums für λ zusammenfällt, so bekommt man die Gleichungen:

$$\sin\delta_{c+2} = \frac{2\lambda}{c} = 2x,$$

$$-\operatorname{tg}\alpha = \frac{a\sin\beta}{c - a\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\frac{y}{x} - \cos\beta},$$

$$-\alpha = 90^0 - \delta_{c+2},$$

oder nach Elimination des α und δ_{c+2}

$$\frac{\sin\beta}{-\frac{y}{x} - \cos\beta} = \frac{\sqrt{1-4x^2}}{2x}. \qquad (3)$$

Die drei Gleichungen (1), (2), (3) enthalten die drei Unbekannten x, y, β, welche für eine bestimmte Wellenlänge λ die Elemente c, a, β des Dreiecks BCA bestimmen könnten. Die exakte Auflösung dieser Gleichungen würde aber zu den Grenzwerten dieser Elemente, entsprechend den verschwindend kleinen x, y, β, führen. Da dies jedenfalls viele Spektra mit sich heranzöge, was umständlich wäre und die Lichtenergie auf viele Spektra zerstreuen würde, so schien es angemessen nur den Gleichungen (1) und (3) völlig zu genügen, der Gleichung (2) aber nur insofern, daß der Winkel

$$a_{+1}Bc_{+2} = \delta_{a+1} - (\delta_{c+1} - \beta) = \xi > 0$$

einen solchen Wert habe, bei dem die Lichtintensität des zweiten Spektrums für λ in der Richtung Bc_{+2} noch einen unmerklichen Wert erreicht. Für ein wenig größere Wellenlänge wird die zugehörige Richtung Bc_{+2} des zweiten Spektrums durch die entsprechende Richtung der dunklen Franse Ba_{+1} hindurchgehen, weil

$$d\delta_{c+2} = \frac{2}{c}\sec\delta_{c+2}\cdot d\lambda,$$

$$d\delta_{a+1} = \frac{1}{a}\sec\delta_{a+1}\cdot d\lambda,$$

$$d\delta_{c+2} > d\delta_{a+1},$$

und so für ein bestimmtes Wellenlängenintervall das zweite Spektrum unmerklich bleiben. Auf diese Weise wurde der Wert $x = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{3}$ gewählt, bei welchem erst $\xi = 1^0\,9'\,30''$, außerdem nur das erste und zweite Spektrum in Betracht kommt und der die folgende Gestalt der Furche liefert:

$$\beta = \frac{\delta_{c+1}}{2} = 9^0\,44'\,8'',$$

$$-\alpha = 90^0 - \delta_{c+2} = 48^0\,11'\,22'',$$

$$\gamma = 122^0\,4'\,30''.$$

Mit diesen Werten erübrigt es sich, die Energieverteilung in einzelnen Spektren für verschiedene Wellenlängen nach der oben zitierten Intensitätsformel zu ermitteln. Dabei ist zu bemerken, daß für die Richtungen der Spektra der letzte Faktor der Formel den Wert m^2 hat, so daß die Intensität bei m Seiten a sich m^2mal so groß ergibt als bei einer Seite; darum genügt es, die Spektralintensitäten für eine Seite a zu bestimmen. Da ferner nach dieser Formel das Beugungsbild durchzogen ist von dunklen Fransen für die

$$mc\sin\delta_c = \pm h\lambda,$$

und diese Fransen die Breite der Spektrallinien bestimmen

$$2\frac{d\delta_e}{dh} = \frac{2\lambda}{m \cdot c}\sec\delta_e,$$

so ist die Lichtmenge in jeder Spektrallinie proportional der Größe

$$I \cdot \sec\delta_e.$$

Endlich ist die zentrale Intensität I_0 im Beugungsbilde einer Seite a, abgesehen vom Reflexionsvermögen, proportional dem Quadrat der Projektion der beugenden Öffnung a, d. h. in Einheiten der ganzen Öffnung von der Breite c proportional der Größe

$$\left(\frac{a}{c}\cos\beta\right)^2.$$

Darum sind die Lichtmengen in einzelnen Spektrallinien von der Seite a nach der Formel zu rechnen

$$I_a = 100 \left\{\frac{\sin\left[(-\sin\beta+\sin(\delta_e-\beta))\frac{a}{\lambda}\pi\right]}{\left[(-\sin\beta+\sin(\delta_e-\beta))\frac{a}{\lambda}\pi\right]}\cdot\frac{a}{c}\cos\beta\right\}^2 \cdot \sec\delta_e, \qquad (I)$$

wenn die gesamte Lichtmenge, die von der ganzen Öffnung der Breite c geliefert wäre, mit 100 bezeichnet wird. Eine ganz ähnliche Formel ergibt sich für die Lichtmenge in Spektrallinien, die allein die Seite b liefern würde, wenn man statt β und a entsprechend α und b einsetzt:

$$Ib = 100 \cdot \left\{\frac{\sin\left[(-\sin\alpha+\sin(\delta_e-\alpha))\frac{b}{\lambda}\pi\right]}{\left[(-\sin\alpha+\sin(\delta_e-\alpha))\frac{b}{\lambda}\pi\right]}\cdot\frac{b}{c}\cos\alpha\right\}^2 \cdot \sec\delta_e. \qquad (II)$$

Um die wirklich in den Spektrallinien vorhandenen Lichtmengen zu ermitteln, ist es nötig, die beiden Teile, die von den Seiten a und b herrühren, vektorial zu addieren. Der Phasenunterschied zwischen den Lichtbündeln, die von diesen Seiten herrühren, abgesehen von dem Unterschied der Phasenänderungen, die allein durch die Reflexionen entstehen, ist gleich demjenigen, der zwischen den Strahlen, die von den Mitten der Seiten a und b herrühren, besteht. Der Wegunterschied zwischen den letzten Strahlen für die Richtungen der Spektra ist aber halb so groß wie derjenige für die Strahlen, die von B und A ausgehen, d. h. gleich 0, $\pm\frac{\lambda}{2}$, $\pm\lambda$ usw., wie aus einfacher geometrischer Konstruktion ersichtlich ist. Darum ist der gesuchte Phasenunterschied zwischen den beiden Lichtbündeln gleich 0, $\pm\pi$, $\pm 2\pi$ usw. Die wirkliche Lichtmenge ist dann

$$I = (\sqrt{Ia} \pm \sqrt{Ib})^2,$$

wo + für das zentrale Bild und die geraden Spektra, — für die ungeraden Spektra zu nehmen ist.

Außer diesen Bündeln, die von den Seiten a und b direkt in die Richtungen der betreffenden Spektra ausgesandt sind, wäre es noch nötig, die sekundären Beugungsbündel zu berücksichtigen, welche von einer Seite in solcher Richtung ausgehen, daß sie die andere Seite treffen und von dieser erst in die betreffenden Spektra gelangen. Oder weil die Richtung des Maximums des Beugungsbildes mit der Richtung der regulären Reflexion zusammenfällt, so könnte es genügen, nur den hauptsächlichsten Teil der sekundären Beugung zu ermitteln. Zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf einen solchen Teil $Ec = a'$ der Seite a direkt einfallen und unter dem Winkel δ' in die Richtung EA gebeugt werden, daß sie von der Seite b regulär in das zentrale Bild Ac_0 oder in das erste Spektrum Ac_{+1} reflektiert werden, dient die Formel

$$Ia'b = 100 \cdot \left\{\frac{\sin\left[(-\sin\beta+\sin(\delta'-\beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}{\left[(-\sin\beta+\sin(\delta'-\beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}\cdot\frac{a'}{c}\cos\beta\right\}^2 \sec\delta_e,$$

wo die Elemente a' und δ' leicht aus dem Dreieck EAC zu entnehmen sind. Ebenfalls zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf die Seite b direkt einfallen, in die Richtung AE regulär reflektiert und von dem Teile $EC = a'$ in die verschiedenen Spektra gebeugt werden, dient die Formel

$$Iba' = 100 \cdot \left\{\frac{\sin\left[(\sin(\alpha+\gamma)+\sin(\delta_e-\beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}{\left[(\sin(\alpha+\gamma)+\sin(\delta_e-\beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}\cdot\frac{b}{c}\cos\alpha\right\}^2 \sec\delta_e.$$

Endlich zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf die Seite b direkt einfallen und unter solchem Winkel δ' in die Richtung AE gebeugt werden, daß sie von einem Teil CE der Seite a regulär in die betreffenden Spektra reflektiert werden, dient eine ähnliche Formel wie (II). Das erste Bündel ergibt sehr kleine Werte vermöge sehr großer Beugungswinkel.

Das zweite und dritte Bündel können merkliche, obgleich relativ auch kleine Werte nur in solchen Richtungen ergeben, die der Richtung der zweimaligen regulären Reflexion benachbart sind, d. h. jedenfalls in weiteren negativen Spektren; zu dem uns interessierenden Spektrum erster positiver Ordnung tragen sie unmerkliche Werte bei. Aus diesen Gründen sind in der folgenden Tabelle nur die Lichtmengen der Spektrallinien der primären Bündel von den Seiten a, b und ihre vektoriale Summe c gerechnet. Für die Spektra, deren Beugungswinkel größer als $90^0 + \alpha$ sind und deren elementare Bündel a teilweise durch die Seite b gestört werden, sind nur die maximalen ungestörten Werte angegeben, der von b reflektierte Teil gehört zu den obigen sekundären Bündeln.

Die Summe der in den Kolonnen a bzw. b enthaltenen Werte sollte für jede Wellenlänge $100 \cdot \frac{a}{c} \cos\beta = 86{,}7$ bzw. $100 \cdot \frac{b}{c} \cos\alpha = 13{,}3$ betragen. Die ermittelten ersten Summen liegen zwischen 82,1 bei $\frac{8}{30}$ und 95,7 bei $\frac{14}{30}$, die zweiten Summen sind ein wenig kleiner, beides aus obigen Gründen und weil die benutzte Diffraktionsformel für große Beugungswinkel nicht vollständig anwendbar ist. Die wirklich in den Spektren vorhandenen Lichtmengen sind nach den Werten c der Tabelle in Fig. 2 graphisch

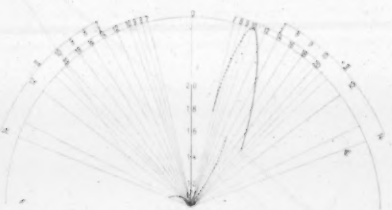


Fig. 2.

dargestellt. Nimmt man die Ausgangswellenlänge

$$\lambda = \frac{1}{3} c = 385\ \mu\mu,$$

so ist in dem intensiven ersten positiven Spektrum der ganze sichtbare Teil bis $\lambda = 770\,\mu\mu$ ausgezogen und der ultraviolette Teil bis $\lambda = 269{,}5\,\mu\mu$ punktiert gezeichnet. Im zweiten Spektrum ist der sichtbare Teil unmerklich, und darum stört er die Ausbreitung des ultraroten Teils des ersten Spektrums nicht, der ultraviolette Teil dagegen würde erst bei $\lambda = 269{,}5\,\mu\mu$ größere Intensitäten erreichen. Aus den negativen Spektren ergibt

Tabelle.

S.-O.	λ/c	$\frac{7}{30}$ (269,5)			$\frac{8}{30}$ (308,0)			$\frac{9}{30}$ (340,5)			$\frac{10}{30}$ (385,0)			$\frac{12}{30}$ (462,0)			$\frac{14}{30}$ (539,0)			$\frac{16}{30}$ (616,0)			$\frac{18}{30}$ (693,0)			$\frac{20}{30}$ (770,0)		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
— IV		0,8	3,4	7,6																								
— III		0,5	0,3	0,0	1,0	1,2	0,0	1,1	2,9	0,4																		
— II		0,0	0,0	0,1	0,5	0,2	1,4	1,2	0,5	3,6	1,6	0,9	4,9	1,7	2,0	7,5	1,1	4,5	10,1									
— I		0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,6	0,1	0,2	1,5	0,2	0,6	3,1	0,5	1,0	4,0	0,9	1,1	4,1	1,3	0,8	3,8	1,6	0,5	3,4	1,9	0,2
0		0,2	0,1	3,6	0,8	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,0	1,4	7,2	0,2	9,5	15,5	0,4	20,6	23,7	0,6	31,5	31,0	0,7	41,2	37,2	0,9	50,9
+ I		2,7	0,1	41,7	65,5	0,0	61,8	76,1	0,0	74,0	79,7	0,0	79,7	75,8	0,1	71,6	66,9	0,2	59,6	58,0	0,4	48,7	50,5	0,6	39,8	44,6	0,9	32,9
+ II		45,5	0,1	33,3	11,6	0,1	13,7	3,1	0,0	3,8	0,2	0,0	0,3	$<1{,}7$	—	—	$<8{,}2$	—	—									
+ III		$<4{,}7$	—	—	$<2{,}7$	—	—	$<0{,}6$	—	—																		
+ IV		$<2{,}8$	—	—																								

sich das erste ganz unmerklich, das zweite sehr schwach, obgleich sie faktisch ein wenig intensiver sein können. Außerdem ergibt sich das zentrale Spaltbild mit ziemlich intensiven größeren Wellenlängen, welches als Ausgangspunkt für die Messungen nützlich sein kann. Es ist auch möglich, die Wellenlängen anders zu verteilen, z. B. das sichtbare Spektrum allein von $\frac{8}{30}c$ bis $\frac{16}{30}c$ zu nehmen.

In dem hier betrachteten Falle $\frac{1}{3}c = 385\ \mu\mu$ ergibt sich die Gitterkonstante $c = 0{,}001155$ mm, für $\frac{8}{30}c = 385\ \mu\mu$ wäre $c = 0{,}001444$ mm, während noch Gitterkonstanten $c = 0{,}000585$ mm ausführbar sind[1]). Beim Karborundkristall, welcher für Gitterherstellung benutzt wird, beträgt der Winkel einer reißenden Ecke 120^0, während hier $\gamma = 122^0 4' 30''$. Es ist leicht möglich die erforderliche Neigung des Kristalls beim Reißen anzugeben, damit die Furche die hier berechnete Gestalt hat.

1) P. Drude, Lehrbuch der Optik 211, 1906.

Warschau, Physikal. Institut der K. Universität, 18. Februar 1914.

(Eingegangen 23. Februar 1914.)

Experimentelles zur Beugung des Lichts in Raumgittern.

Von Eberhard Buchwald.

(Mit Tafel III.)

§ 1. Laue[1]) hat als erster die inzwischen durch zahlreiche Tatsachen[2]) bestätigte Ansicht ausgesprochen, daß die Röntgenstrahlinterferenzen in Kristallen eine kompliziertere Form der aus der Optik bekannten Beugungserscheinung eines Kreuzgitters seien, komplizierter dadurch, daß zu der doppelten Periodizität des einfachen Kreuzgitters (einer Molekülschicht) durch Hintereinandersetzen vieler solcher Gitter eine dritte Periodizität in der Strahlenrichtung hinzutritt. Da sich die Laue-sche Theorie fast wortgetreu, und die Versuchsanordnung von Laue und seinen Mitarbeitern[3]) im Prinzip von Röntgenstrahlen auf Lichtstrahlen übertragen läßt, liegt es nahe, eine optische Nachbildung der Laueschen Röntgenphotogramme zu versuchen; kann doch auch die Frage, ob die durch die dreifache Periodizität bewirkten Veränderungen des einfachen Kreuzgitterspektrums in der Weise auftreten, wie sie die Theorie fordert, in der Optik insofern eindeutig beantwortet werden, als man es hier mit wohl definierten Gitterkonstanten und Wellenlängen zu tun hat und beide innerhalb weiter Grenzen variieren kann. Im folgenden wird über einige in dieser Hinsicht angestellte Versuche berichtet. Die Gleichungen der Laue-schen Theorie sind dabei so aufgefaßt, als ob sie sich auf homogenes Licht von der Wellenlänge λ bezögen, während bei den Röntgenstrahlen aller Wahrscheinlichkeit nach aus dem kontinuierlichen Spektrum bestimmte Wellenlängen durch das Raumgitter herausgesiebt werden[1]).

Entsprechend der größeren Wellenlänge des sichtbaren Lichts muß an Stelle des natürlichen Kristalls eine Raumgitterstruktur von größerer Gitterkonstante gesetzt werden. Man gewinnt sie durch Hintereinanderstellen zweier genau identischer Kreuzgitter, von denen das zweite entbehrlich wird, wenn man das Licht nach seinem Austritte aus dem ersten normal auf einen Spiegel auffallen läßt, so daß es in sich reflektiert wird und nochmals durch das erste Gitter geht. Man ersetzt hierbei das zweite Gitter durch das Spiegelbild des ersten und kommt so zu einer Versuchsanordnung, wie sie im wesentlichen schon 1755 der Herzog von Chaulnes[2]) benutzt hat, der einen Schirm aus feinem Musselin vor einen Hohlspiegel brachte und dabei die auch für den vorliegenden Fall charakteristische Erscheinung beobachtete: die Kombination des Kreuzgitterspektrums mit den Newtonschen Staubringen. Mit ähnlichen Erscheinungen haben sich später u. a. Pouillet[3]), Biot[4]), Stokes[5]) und besonders ausführlich Lommel[6]) beschäftigt.

§ 2. Die einfache Lommelsche Versuchsanordnung ist im folgenden im Prinzip benutzt worden (Fig. 1). Das Licht einer Bogenlampe mit horizontaler Kohle wird auf dem Spalt S eines Zeißschen Monochromators M vereinigt.

1) W. Friedrich, P. Knipping u. M. Laue, Münch. Ber. 1912, 303; Ann. d. Phys. **41**, 971, 1913.
2) Vgl. z. B. W. Friedrich, diese Zeitschr. **14**, 1079, 1913.
3) W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue, a. a. O.

1) Vgl. z. B. W. Friedrich, a. a. O.
2) Duc de Chaulnes, Mem. de l'anc. Acad. 136, 1755.
3) C. S. M. Pouillet, Ann. Chim. Phys. (2) I, 87, 1816.
4) J. B. Biot, Traité de Physique IV, 220. Paris 1816.
5) G. G. Stokes, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **3**, 546, 1853.
6) E. Lommel, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **8**, 82 u. 225, 1878. Hier noch (S. 233) einige andere Literatur über Gitter vor Spiegeln. Vgl. auch die Arbeiten von G. Meslin, C. R. **142**, 1039, 1906; **143**, 35, 1906; **144**, 321, 1906; **144**, 689, 1907; Journ. d. Phys. IV, **5**, 725, 1906; IV, **6**, 853, 1907.

Fig. 1.

Das von diesem gelieferte einfarbige Licht tritt durch die punktförmige Öffnung O in das Kollimatorrohr C eines Spektrometers ein, wird von einer auf dem Spektrometertisch stehenden planparallelen Glasplatte P auf das Kreuzgitter G geworfen, sodann von dem vorderseitig versilberten Spiegel Sp normal reflektiert, geht nochmals durch G und endlich in die Kamera K oder bei okularer Beobachtung in das Fernrohr.

O ist ein feiner kreisrunder Nadelstich in einem Stanniolblättchen und mißt etwa 0,05 mm im Durchmesser. Das Kreuzgitter G wurde photographisch hergestellt. Im Papierhandel sind weiße, in ihrer ganzen Fläche regelmäßig durchbohrte Pappbogen unter dem Namen Stramin erhältlich; z. B. enthielt die von mir am häufigsten benutzte Sorte weit über hunderttausend kreisförmige Löcher in der durch Fig. 2

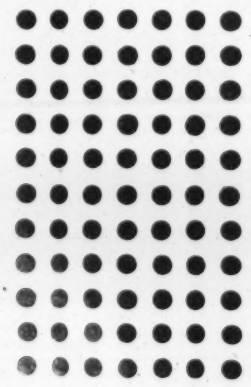


Fig. 2.

angedeuteten Anordnung, die einen Durchmesser von 0,58 mm und einen gegenseitigen Abstand von 1,06 mm hatten. Durch Photographieren solcher Straminbogen erhält man ohne jede Schwierigkeit Kreuzgitter von beliebiger Gitterkonstante, die etwa fünf Spektralordnungen zeigen, wenn sie einigermaßen kontrastreich sind. Da es sich, wie später begründet werden soll, als zweckmäßig erwies, Kreuzgitter nicht mit beugenden Öffnungen auf dunklem Grunde, sondern mit beugenden Scheibchen auf hellem Grunde zu verwenden, wurden von den gewonnenen Negativen Diapositive auf sorgfältig ausgesuchtes Spiegelglas angefertigt.

Das Kreuzgitter wurde, die photographische Schicht dem Spiegel Sp zugekehrt, auf einem senkrecht zu Sp mikrometrisch verschiebbaren Tischchen parallel zum Spiegel befestigt. Man erkennt die Parallelstellung daran, daß im Fernrohr oder auf der Mattscheibe das am Spiegel und das an der Glasseite des Gitters reflektierte Bild von O zusammenfallen. Da man übrigens weiß[1]), daß der Durchmesser der Newtonschen Staubringe nur von der mittleren Entfernung der beugenden Teilchen von der Spiegelfläche abhängt, kommt es im vorliegenden Falle auf genauen Parallelismus gar nicht an, und dementsprechend wurde z. B. bei den photographischen Aufnahmen durch eine geringe Drehung des Gitters das von ihm herrührende störende Reflexbild seitlich hinaus verlegt.

Der Abstand $b/2$ von Gitter zu Spiegel wurde durch Ausmessung von Newtonschen Staubringen bestimmt: oberhalb des Gitters wurde ein Teil der photographischen Schicht entfernt und die frei gelegte Glasplatte mit Eisenfeilspänen bestäubt. Durch Herauf- und Herabschrauben des Tischchens, auf dem die ganze Gitter-Spiegel-Anordnung stand, konnte, ohne daß an $b/2$ etwas geändert wurde, abwechselnd das Kreuzgitter und die Staubschicht in den Strahlengang gebracht werden, und im letzteren Falle wurden im Fernrohr die Staubringe in außerordentlicher Schärfe bis in hohe Ordnungen sichtbar und konnten durch Einstellung des Fadenkreuzes auf die Durchmesser z. B. der dunklen Ringe ausgemessen werden. Der Durchmesser des n-ten hellen Ringes ist durch

$$1 - \cos \varphi_n = \frac{n\lambda}{b},$$

der des n-ten dunklen durch

$$1 - \cos \varphi_n = \frac{2n-1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}$$

gegeben[2]), wo φ_n der angulare Radius des Ringes, λ die Wellenlänge des Lichts und b das Doppelte des gesuchten Abstands von Staubschicht zu Spiegel, d. h. die Gitterkonstante in der Strahlrichtung, ist.

Die Methode wurde in der Weise angewandt, daß mit ihr ein kleiner b-Wert festgelegt

1) Vgl. z. B. E. Lommel, a. a. O., S. 237.
2) Vgl. z. B. W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue, a. a. O.

und von ihm als Nullpunkt aus die übrigen an der das Gitter bewegenden Mikrometerschraube (Ganghöhe 1 mm) abgelesen wurden.

§ 3. Die gesuchte Erscheinung, das optische Analogon zu den Röntgenstrahl-Interferenzpunkten in der Laueschen Auffassung, ist folgende: die bekannte Beugungsfigur eines Kreuzgitters (Fig. 3, Tafel III[1]), ein System also von hellen, mit großer Annäherung auf den Ecken von Quadraten liegenden Punkten, wenn wie im vorliegenden Falle ein Punkt (O in Fig. 1) als Lichtquelle dient, monochromatisches Licht auffällt und die beiden Konstanten des Kreuzgitters gleich sind; doch sollen von diesen Punkten — das ist das Wesentliche — nur diejenigen auftreten, deren Winkelabstand φ vom Zentrum der Gleichung

$$1 - \cos\varphi = \frac{n\lambda}{b}$$

genügt, die mit anderen Worten auf einem hellen Newtonschen Staubring liegen, während diejenigen, die auf einem dunklen Ringe liegen, verschwinden sollen.

Diese Erscheinung wurde mit der eben beschriebenen Versuchsanordnung in der Tat beobachtet. Es empfiehlt sich dabei, das Augenmerk auf die verschwindenden Punkte zu richten; denn da nur zwei Gitter hintereinandergesetzt sind, ist der Intensitätsabfall vom Maximum zum Minimum in den Staubringen ein so allmählicher, daß die hellen Punkte nicht nur auftreten, wenn ihr Winkelabstand genau die eben genannte Gleichung erfüllt, sondern auch noch in einem großen benachbarten Bereiche. Dagegen verschwinden die Punkte in dem Momente, wo sie auf die Mitte eines dunklen Ringes zu liegen kommen, vollständig oder fast vollständig.

Fig. 4 (Tafel III) ist die Reproduktion einer bei viertelstündiger Exposition auf Agfa-Chromo-Isorapid-Platte gewonnenen Aufnahme, die das Gewünschte zeigt: Das für die Röntgenogramme charakteristische Fehlen gewisser Spektralpunkte im Kreuzgitterspektrum. Erst bei längerer Exposition treten die fehlenden Spektren, obgleich sie bei diesen kleinen Lochdurchmessern okular unsichtbar sind, schwach hervor. Daß ihr Wegfall der Laueschen Theorie entspricht, zeigt die folgende einfache Rechnung, aus der zu entnehmen ist, daß die ersten Spektren rechts und links bzw. ober- und unterhalb vom Zentralbilde deswegen fehlen, weil sie auf dem ersten dunklen Staubringe liegen. Der Winkel φ zwischen ihrer Richtung und der des Zentralbilds genügt nämlich den beiden Gleichungen

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{a} \qquad (1)$$

$$1 - \cos\varphi = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{b}, \qquad (2)$$

von denen die erste das erste Spektrum, die zweite den ersten dunklen Staubring charakterisiert; denn b ist so gewählt worden, gleich 24,8 mm, daß sich unter Berücksichtigung von

$$\lambda = 550\,\mu\mu$$
$$a = 0{,}117 \text{ mm}$$

sowohl aus der ersten wie aus der zweiten Gleichung das gleiche

$$\varphi = 16'\,10''$$

ergibt. b ist hier und in den folgenden angeführten Beispielen so viel größer als a gewählt, weil für $b = a$ schon der erste dunkle Ring und um so mehr alle weiteren auf ein Spektrum verhältnismäßig hoher Ordnung und entsprechend geringer Intensität fällt, z. B. für $b = a = 0{,}1$ mm zwischen das 13. und 14., für $b = a = 0{,}01$ mm immer noch zwischen das 4. und 5.

Direkt läßt sich φ durch Ausmessung der photographischen Platte bestimmen: Das zweite Spektrum ist vom Zentralbild auf der Platte 2,258 mm entfernt, dem fehlenden ersten Spektrum kommt also der Abstand $\frac{1}{2}\,2{,}258 = 1{,}129$ mm zu, und da die Brennweite der Kameralinse bekannt ist (gleich 238 mm), folgt für φ im genügender Übereinstimmung mit dem oben gefundenen Werte drittens aus

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1{,}129}{238}$$
$$\varphi = 16'\,18''.$$

Es fehlen in dem Photogramm (Fig. 4) ferner die acht Punkte, die in dem Schema (Fig. 5) durch kleine Kreise bezeichnet sind[1]). Der Abstand d, den sie auf der photographischen Platte einnehmen würden, ist gegeben durch

$$d^2 = 2{,}258^2 + \left(\frac{2{,}258}{2}\right)^2;\quad d = 2{,}524$$

weil, wie eben erwähnt, 2,258 mm der Abstand des zweiten Spektrums ist. Für ihren Winkelabstand vom Zentralbild folgt demnach

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2{,}524}{238}$$
$$\psi = 36'\,27''$$

1) Die fünf Photogramme (Fig. 3, 4, 6, 7, 8) auf Tafel III sind etwa $4\frac{1}{2}$fach vergrößert.

1) In Fig. 4 sind leider auch die vier Eckpunkte des Schemas Fig. 5 nicht zu erkennen, die im Originalnegative deutlich sichtbar sind. Ein gleiches gilt für zwei Eckpunkte der Fig. 6.

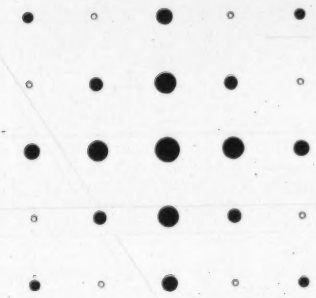


Fig. 5.

Das ist annähernd der dem dritten Newtonschen Ringe entsprechende Winkel, der sich aus

$$1 - \cos\psi = \frac{5}{2}\frac{\lambda}{b}$$

$$1 - \cos\psi = \frac{5}{2}\frac{0{,}000\,55}{24{,}8}$$

zu

$$\psi = 36'13''$$

ergibt. Auch hier ist also das Experiment im Einklange mit der Laueschen Theorie.

Vergebliche Versuche wurden gemacht, dieselbe Interferenzerscheinung durch Hintereinandersetzen zweier vom gleichen Negativ abgezogener Kreuzgitter ohne Benutzung des Spiegelungsprinzips darzustellen. Man erhält zwar auch so die Staubringe, sie sind aber vermutlich infolge der durch das Plattenkorn bedingten Ungleichheit der beiden Gitter viel weniger scharf. Da im Gegensatz hierzu die Spektren ganz enorm an Helligkeit gewinnen — denn der Lichtverlust durch die Reflexion an der planparallelen Platte fällt fort —, ist von einem Verschwinden der Spektren, wenn sie auf einem dunklen Ring liegen, nicht im entferntesten die Rede.

Die Interferenzfigur 4 wurde bei verschiedenem λ und bei verschiedenen Gitterkonstanten im Einklange mit der Theorie erhalten, auch bei Anwendung der Gitter, von denen im letzten Paragraph die Rede sein wird. Verändert man $b/2$ ein wenig, etwa um 0,2 mm, was bei der angegebenen Gitterkonstanten und Wellenlänge einer Änderung des angularen Ringradius um ca. 8″ entspricht, so treten die ersten Spektren wieder auf, denn durch eine derartige Veränderung wird nur der Winkelabstand der Ringe, nicht aber der der Spektren, beeinflußt, die Koinzidenz der ersten Spektren mit dem ersten Ringe also gestört. Auch bei einer Veränderung der Farbe bleibt die Interferenzfigur nicht erhalten; bei einer Verkleinerung von λ z. B. wird der Winkelabstand sowohl der Spektren, als auch der Ringe kleiner, aber der der Spektren rascher als der der Ringe.

§ 4. Eine andere charakteristische Interferenzfigur tritt auf, wenn der zweite dunkle Ring mit den zweiten Spektren koinzidiert. Die Gleichungen (1) und (2) ergeben, daß man diese Figur, von Fig. 4 ausgehend, erhält, wenn man entweder bei konstant gehaltenem b zur Wellenlänge $\lambda = 414\,\mu\mu$ übergeht oder wenn man bei konstant gehaltener Wellenlänge b auf 18,7 mm verkleinert. Da $414\,\mu\mu$ zur okularen Beobachtung nicht mehr geeignet ist, wurde b verändert und, wie erwartet, ein Kreuzgitterspektrum ohne zweite Spektren gefunden, wie es in Fig. 6 reproduziert ist, aber nicht bei dem von der Theorie geforderten Gitter-Spiegel-Abstand $b/2 = 9{,}35$ mm, sondern bei einem um 0,95 mm größeren Wert; bei $b/2 = 9{,}35$ mm sind dagegen die Spektren deutlich sichtbar. Hier haben wir es also zweifellos mit einer Diskrepanz gegen die Laueschen Theorie in ihrer einfachen Form zu tun: die Spektren verschwinden zwar, aber nicht dann, wenn ihr Winkelabstand vom Zentrum einem dunklen Ring entspricht, eine Tatsache, die insofern von einschneidender Bedeutung ist, als sie uns der Möglichkeit beraubt, aus der Ausmessung eines unvollständigen Kreuzgitterspektrums bindende Schlüsse über Gitterkonstanten und Wellenlänge oder auch nur über deren Verhältnis zu ziehen.

Zwei weitere Photogramme (Fig. 7 und 8) führen die Diskrepanz deutlich vor Augen. Sie sind mit einem weniger kontrastreichen Gitter (von der Konstanten 0,105 mm) gewonnen, das als „Staubschicht" mit überlagerter Gitterstruktur aufgefaßt werden kann und demgemäß Ringe und Spektren gleichzeitig zeigt. Die Rechnung ergibt, daß für $\lambda = 550\,\mu\mu$ die zweiten Spektren mit dem zweiten dunklen Ringe bei $b/2 = 7{,}5$ mm koinzidieren und verschwinden sollen; der Versuch zeigt, daß sie bei $b/2 = 8{,}3$ mm verschwinden, während sowohl die Spektren wie die Ringe für sich allein genommen die von der Theorie geforderte Lage haben. Fig. 7 ist bei dem theoretisch geforderten Werte $b/2 = 7{,}5$ mm aufgenommen; die zweiten Spektren liegen auf dem zweiten dunklen Ringe, sind aber nicht verschwunden. Fig. 8 ist bei $b/2 = 8{,}3$ mm aufgenommen: die zweiten Spektren sind fast vollständig verschwunden, aber die schwachen Andeutungen, die noch auf ihre Lage hinweisen, finden sich nicht auf dem

zweiten dunklen, sondern halbwegs zwischen dem zweiten dunklen und dem zweiten hellen Ringe.

Die gleiche Diskrepanz kehrt bei allen Gittern wieder, die von dem in § 2 erwähnten Stramin abphotographiert sind; sie findet sich auch bei allen Farben, hier allerdings mit systematischen Unterschieden. Während man bei 550 $\mu\mu$ $b/2$ um 0,8 mm vergrößern muß, um von dem theoretisch geforderten zu dem experimentell gefundenen Werte überzugehen, ist bei

$\lambda = 500\ \mu\mu$ eine Vergrößerung um 0,95 mm
600 $\mu\mu$ „ „ „ 0,7 mm
650 $\mu\mu$ „ „ „ 0,65 mm

erforderlich. Im Winkelmaß ausgedrückt heißt das, daß der Radius des zweiten Ringes bei allen vier Wellenlängen vom theoretischen Wert um etwa 1'50" abweicht.

Es wurde zunächst festgestellt, daß der Polarisationszustand des angewandten Lichts ebensowenig von Einfluß auf die Erscheinung war wie die speziellen Eigenschaften der planparallelen Platte P; daß es ferner belanglos ist, ob die Gitterdiapositive auf Glas oder auf Films abgezogen sind oder ob die photographische Schicht, von der Platte losgelöst[1]) und auf einem Rahmen befestigt, ohne Unterlage benutzt wird.

Man wird so dazu geführt, die Eigenschaften der verwendeten Gitterstruktur zur Erklärung heranzuziehen und kann speziell die Photogramme 7 und 8 unter diesem Gesichtspunkt folgendermaßen deuten: die Granulation der Gelatineschicht liefert ein Ringsystem, das auf den Photogrammen zu sehen ist und der Theorie entspricht. Außerdem liefern die kreisförmigen dunklen Gitterpunkte ein Ringsystem oder exakter ein System von Interferenzstreifen, das auf den Photogrammen nicht zu sehen ist und sich nur durch das Verschwinden der Spektralpunkte bemerkbar macht. Die Photogramme lehren, daß dieses zweite System mit dem ersten nicht koinzidiert, also auch nicht wie jenes die einfache Ringformel, wie sie in der Laueschen Theorie angesetzt wird, befolgt. Als Grund kann einerseits die Form, andrerseits die Anordnung der Gitterpunkte in Frage kommen.

§ 5. Um eine Entscheidung zwischen beiden Möglichkeiten treffen zu können, wurde ein Zeichenblatt mit zahlreichen, regellos verteilten, gleich großen, kreisförmigen Punkten bedeckt und photographiert. Die abgezogenen Diapositive gestatteten den Einfluß der Punktform unabhängig von dem der Punktanordnung zum Gitter zu untersuchen. Ersetzte man das Kreuzgitter durch eine derartige „Punktschicht", so beobachtete man als Interferenzerscheinung eine Überlagerung der Newtonschen Staubringe mit der Fraunhoferschen Beugungserscheinung von Kreisscheiben (Lykopodiumringen), also zwei sich überlagernde konzentrische Ringsysteme.

Die Formel für die Intensitätsverteilung in der kombinierten Erscheinung, mit andern Worten für die Staubringe bei kugelförmiger Bestäubung, hat Exner[1]) gegeben. Aus ihr ist zu entnehmen, daß die Nullstellen beider Ringsysteme als Nullstellen erhalten bleiben. Der Versuch bestätigt das; die Frage aber, ob die neuen, sich zwischen die Staubringe einschiebenden dunklen Ringe zur Erklärung der im vorigen Paragraphen behandelten Abweichung dienen können, muß unbedingt verneint werden. Denn die Lykopodiumringe sind im Gegensatz zu den Staubringen so lichtschwach und verwaschen, daß sie nur wie eine matte Schattierung des Grundes wirken, auf dem die Staubringe scharf hervortreten. Weder verschwindet ein Spektralpunkt deswegen, weil er auf einen dunklen Lykopodiumring fällt, noch beeinflussen die unterlagerten Lykopodiumringe die Lage der Staubringminima, wie zahlreiche Messungen nicht nur an photographisch hergestellten Punktschichten, sondern auch an Lykopodiumbestäubungen selbst und an Schichten von Quecksilbertröpfchen, die nach dem Woodschen[2]) Verfahren auf Glas niedergeschlagen waren, bestätigt haben.

§ 6. Wir schließen, daß die räumliche Ausdehnung den beugenden Partikeln, die in der einfachen Theorie nicht berücksichtigt wird, die beobachteten Abweichungen erst dann erklären kann, wenn die Partikeln zum Gitter angeordnet sind. Diese Vermutung gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn wir die Resultate der im ersten Paragraphen erwähnten Arbeit von Lommel ins Auge fassen.

Lommel behandelt den Fall, daß vor dem Spiegel nicht ein Kreuz-, sondern ein gewöhnliches Strichgitter steht; als Lichtquelle dient entsprechend der den Gitterstrichen parallele Spalt des Kollimators. Man übersieht ohne weiteres, daß die Newtonschen Staubringe in diesem Falle zu Graden ausarten, die parallel zu dem Spalt und den Gitterstrichen liegend die einzelnen Spektren als dunkle Streifen durchziehen. Aber diese Streifen gehorchen durchaus nicht, wie man zunächst anzunehmen geneigt ist, dem Staubringgesetz

1) Hierbei bewährte sich das von Eder, Rezepte und Tabellen für Photographie, Halle 1912, S. 36, angegebene Formalin-Soda-Verfahren.

1) F. Exner, Wied. Ann. 11, 218, 1880.
2) R. W. Wood, diese Zeitschr. 14, 189, 1913.

$$1 - \cos\varphi_n = \frac{2n-1}{2}\,\frac{\lambda}{b}.$$

Man muß nämlich berücksichtigen, daß ein von einem Gitterspalt auf den Spiegel zu austretendes Strahlenbündel nur dann an der Interferenzerscheinung mitwirken kann, wenn es nach der Reflexion am Spiegel auf eine Gitteröffnung trifft, daß es aber ganz oder teilweise unwirksam gemacht wird, wenn sich ihm ein dunkler Gitterstab in den Weg stellt und es am Austritte verhindert. Das zweite Gitter wirkt also gewissermaßen schattenwerfend, und diese Schattenwirkung hat, wie die lediglich rechnerisch etwas umständliche Durchführung der Theorie zeigt, zur Folge, daß die Streifung in den Spektren ein gegen das einfache Ringgesetz bedeutend kompliziertes Aussehen annimmt.

Ein gleiches dürfte für den Fall des Kreuzgitters gelten. Auch hier beobachtet man, wenn man weißes, statt homogenem Licht anwendet, daß von einem Streifensystem nach dem einfachen Gesetz nicht die Rede ist. Schon bei den Gittern mit dunklen Punkten auf hellem Grunde, bei denen eine Schattenwirkung verhältnismäßig weniger in Frage kommt, kann man gewisse Verzerrungen an den Ringen beobachten, besonders, wenn die Gitter kontrastreich sind. Die beim Photographieren des Stramins zunächst gewonnenen negativen Gitter vollends mit ihren hellen Punkten auf dunklem Grunde und ihrer entsprechend größeren Schattenwirkung liefern eine Interferenzerscheinung, die in ihrer zierlichen Musterung mit einem konzentrischen Ringsystem kaum mehr etwas zu tun hat. Ähnliche komplizierte Erscheinungen zeigen gekreuzte Drahtgitter.

Falls es richtig ist, daß die gefundenen Abweichungen von der einfachen Theorie auf Grund der Lommelschen Anschauungen zu erklären sind, muß man erwarten, daß die bei Lommel mit $\varkappa$ bezeichnete Größe, d. i. das Verhältnis von dunklem Gitterstab zur Gitterkonstanten, in unserem Falle also das Verhältnis von Gitterpunkt-Durchmesser zur Gitterkonstanten, einen wesentlichen Einfluß auf die Größe der Abweichung hat; und zwar ist anzunehmen, daß die Abweichung kleiner werden wird, wenn man $\varkappa$, also cet. par. die Gitterpunkte, verkleinert und dadurch die Möglichkeit einer Schattenwirkung verringert.

Leider ist bei den käuflichen Straminen, so verschieden im einzelnen Lochdurchmesser und Lochabstände sind, gerade $\varkappa$, das Verhältnis beider, annähernd gleich groß; es lag bei den mir zugänglich gewesenen Sorten zwischen 0,53 und 0,57. Daher mußten geeignete Gitterzeichnungen angefertigt und photographiert werden. $\varkappa$ wird mit einem Okularmikrometer bestimmt, wobei natürlich infolge der Plattenkörnung eine gewisse, wenn auch für die Resultate unbedeutende Willkür nicht zu vermeiden ist.

Der Einfluß von $\varkappa$ ist aus der folgenden Tabelle zu entnehmen, deren zweite Kolumne den Wert von $\varkappa$ enthält, während die dritte angibt, um wieviel Millimeter der aus der Theorie berechnete Wert des Gitter-Spiegel-Abstands zu vergrößern ist, damit die zweiten Spektren tatsächlich verschwinden. Diese Zahlenwerte hängen natürlich auch noch von dem Absolutwert der Gitterkonstanten ab, der aber in allen angeführten Fällen ähnlich ist. (Er liegt zwischen 0,105 und 0,167 mm.)

$\lambda = 550\ \mu\mu$

	$\varkappa$	
Gitter 17	0,53	0,95 mm
„ 15	0,47	0,8 „
„ 37 b	0,34	0,7 „
„ 42	0,33	0,15 „
„ 48	0,32	0,1 „
„ 51 a	0,30	0,1 „
„ 51 c	0,28	0,0 „

Wie erwartet, nehmen die Abweichungen mit kleiner werdendem $\varkappa$ ab und verschwinden schließlich ganz, ein Resultat, das sich für alle untersuchten Wellenlängen ergab. Dem Wert $\varkappa = 0{,}33$, der auch bei Lommel eine Rolle spielt, scheint hier eine besondere Bedeutung zuzukommen.

Die Frage, warum sich ein Einfluß von $\varkappa$ beim Verschwinden der ersten Spektren (Fig. 4) nicht bemerkbar macht, ist erst zu beantworten, wenn es gelingt, die Lommelsche Theorie auf das Kreuzgitter zu übertragen, was nicht unerheblichen rechnerischen Schwierigkeiten begegnet. Auch dürfte diese Erweiterung erst dann ein größeres Interesse beanspruchen, wenn ihre Anwendung auf den Fall des natürlichen Kristalls und der Röntgenstrahlen möglich wäre. Daß eine Einwirkung der Atome auf die gebeugten Wellen, eine „Wirkung zweiter Ordnung", bei der Deutung der Röntgenogramme berücksichtigt werden muß, erscheint bei den Zahlenwerten, die sich für den Molekül-durchmesser und für den Abstand benachbarter Moleküle ergeben, von vornherein nicht ausgeschlossen; doch ist eine derartige Wirkung, worauf Herr v. Laue mich liebenswürdigerweise aufmerksam gemacht hat, dort wohl zu schwach, um eine Rolle zu spielen.

Zusammenfassung.

Es werden einige Versuche über Beugung sichtbaren Lichts an einer Raumgitterstruktur

beschrieben, die zu einer Interferenzerscheinung vom Typus der Kristallröntgenogramme (in der Laueschen Auffassung) führen, d. i. zu einem unvollständigen Kreuzgitterspektrum.

Ein Vergleich der Versuchsresultate mit der Laueschen Theorie zeigt, daß diese im vorliegenden Falle zwar qualitativ, nicht aber allgemein quantitativ anwendbar bleibt, daß man demnach aus den Photogrammen keine bindenden Schlüsse über Wellenlänge und Gitterkonstante ziehen kann. Der Grund der Abweichungen dürfte in einer Schattenwirkung der beugenden Partikeln zu suchen sein.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 20. Februar 1914.)

Zum Problem des Interferenzbildes einer Gitterlinie.

Von Johann Kern.

Herr E. Schrödinger[1]) hat kürzlich die Intensitätsverteilung im Interferenzbild einer Gitterlinie berechnet und kommt dabei zu einem Resultat, das sich wesentlich von dem von Herrn Debye erhaltenen[2]) unterscheidet. Herr Schrödinger meint zudem (S. 86, l. c.), „es könne wohl keinem Zweifel unterliegen, daß die bis jetzt (d. i. für den eindimensionalen Fall) aufgestellten Gesetze auch für den dreidimensionalen Geltung haben werden". Diese Vermutung muß um so mehr überraschen, als eine einfache Überschlagsrechnung zeigt, daß — im eindimensionalen Falle — das durch die Schrödingersche Formel (32) (l. c.) gegebene Verhältnis von $\frac{I_{(\min)}}{I_{(\max)}}$ für einen Fleck (bei Zimmertemperatur $\lambda \backsimeq 10^{-9}$ cm, $f \backsimeq 10^{5} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$ — d. i. etwa für Steinsalz — und einem Winkel von 30^{0} zwischen Beobachtungsrichtung und Richtung des einfallenden Strahles) $\frac{1}{2}$ sein würde, was nahezu vollkommener Verwaschung entspräche und sicher sehr weit von den tatsächlichen Verhältnissen entfernt ist. Wenn man auch einwenden kann, daß in diesem Punkte sich möglicherweise die Verhältnisse stark zugunsten der Schrödingerschen Formel ändern können, falls man vom eindimensionalen zum dreidimensionalen übergeht, so scheint doch ein anderes von ihm abgeleitetes Resultat, das wohl von diesem Übergang unberührt bleiben muß — nämlich die Unabhängigkeit der Gesamtintensität eines Fleckes von der Temperatur — mit dem Experiment im Widerspruch zu stehen.

Es ist im Hinblick auf diese Sachlage vielleicht nicht ganz überflüssig, wenn ich im folgenden die Grundlagen der Schrödingerschen Rechnung untersuche. Es mag dies auch deshalb von Interesse sein, weil sich dabei zeigen wird, daß die Anwendung der Born- und v. Kármánschen Methode der Approximation endlicher, aus zahlreichen Massenpunkten bestehender Systeme durch das unendliche System im Eindimensionalen nicht immer zu denselben Resultaten führt wie die Berücksichtigung von Grenzbedingungen.

Herr Schrödinger zeigt folgendes:

Sind $\xi_1 \ldots\ldots \xi_N$ die Verschiebungen der Punkte einer Gitterlinie; von denen angenommen wird, daß sie nur in der x-Richtung schwingen können, und drückt man ξ_p in üblicher Weise durch Normalkoordinaten Q_k aus, indem man $\xi_p = \sum_{k=1}^{k=N} Q_k U_{pk}$ setzt, so ergibt sich die im Röntgeninterferenzbild der Gitterlinie beobachtbare Intensität:

$$I_m = \sum_m \sum_n e^{i\alpha(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f} k^2 \cos^2\vartheta \sum_k \frac{(U_{nk}-U_{mk})^2}{p_k}}, \qquad (1)$$

worin p_k mit der Frequenz ν_k durch:

$$\nu_k = \sqrt{\frac{f}{m}}\, p_k$$

verknüpft ist. (Für weitere Bezeichnungen siehe die zitierte Arbeit.)

Zur Berechnung des Wärmeeinflusses bedarf es der Auswertung der Summe im Exponenten:

$$\sum_k \frac{(U_{nk}-U_{mk})^2}{p_k}, \qquad (2)$$

für die Herr Schrödinger sich der Approximation des endlichen durch das unendliche System bedient mit der Motivierung, daß eine Berücksichtigung von Randbedingungen sowohl physikalisch bedeutungslos sei, als auch die Rechnung äußerst unübersichtlich machen würde (l. c., S. 82).

Ich will nun zeigen:

I. Eine — wie mir scheint — korrektere Anwendung der Born- und v. Kárman-

1) „Über die Schärfe der mit Röntgenstrahlen erzeugten Interferenzbilder", diese Zeitschr. **15**, 79, 1914.

2) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 678 u. 738, 1913; Ann. d. Phys. **43**, 49, 1914.

schen Methode führt zu einem von dem des Herrn Schrödinger abweichenden Resultat.

II. Die Berücksichtigung der Randbedingungen — die, ohne daß sich die Rechnung dadurch kompliziert, möglich ist — liefert je nach der Wahl derselben für die Summe (2) sehr verschiedene Werte, und zwar für

a) Randpunkte frei:

$$\Sigma = |m - n| ,$$

b) Randpunkte fest:

$$\Sigma = |m - n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}$$

— also ein von a) wesentlich abweichendes Resultat.

I.

Die Darstellung von ξ_n für ein unendliches System ist:

$$\xi_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \{Q_\varphi' \cdot \cos(n\varphi) + Q_\varphi'' \sin(n\varphi)\}\, d\varphi , \tag{3}$$

worin

$$Q_\varphi' = q_\varphi' \cos(\nu t - \beta') ,$$
$$Q_\varphi'' = q_\varphi'' \cos(\nu t - \beta'')$$

die Normalkoordinaten,

$$\frac{\cos(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}} , \qquad \frac{\sin(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$$

die normierten Eigenfunktionen sind und

$$\nu = \nu_0 \sin\frac{\varphi}{2}$$

ist, wenn wir mit ν_0 die höchste Schwingungszahl der Kette bezeichnen. (3) entspricht der Darstellung des Zustandes unserer Kette durch ein System stehender Wellen einer cos-Welle und einer sin-Welle. Das Spektrum des Systems ist durch das von Born und v. Kármán bewiesene Gesetz, daß φ gleichmäßig über die Phasenlinie verteilt ist, bestimmt. Approximiert man ein endliches, aus N Punkten bestehendes System durch ein unendliches, so bedeutet dies im Born- und v. Kármánschen Sinne, daß man das Spektrum des endlichen Systems durch N gleichmäßig über die Phasenlinie verteilte Punkte darstellt. Handelt es sich um ein Problem wie das der spezifischen Wärmen, wo es nur auf das Spektrum ankommt, so ist es mit dieser Festlegung gelöst. Bei einem Problem wie dem von Schrödinger behandelten muß man aber einen Schritt weitergehen, denn hier interessieren uns noch außer dem Spektrum die Koeffizienten der Entwicklung von ξ_p nach Normalkoordinaten.

Man kann nun ganz allgemein folgendes beweisen:

Soll die Darstellung (3) fähig sein, ein endliches System mit Randbedingungen zu approximieren, so muß $\beta' = \beta''$ und $\frac{Q_\varphi'}{Q_\varphi''} = \frac{q_\varphi'}{q_\varphi''} = f(\varphi)$ sein, wobei $f(\varphi)$ eindeutig durch die Randbedingungen bestimmt ist[1]).

Wir müssen also, wenn unser Approximationssystem zur Darstellung eines endlichen Systems mit — vielleicht unbekannten — aber sicher vorhandenen Randbedingungen geeignet sein soll, schreiben:

$$\xi_n = \sum_{(\varphi)} \{q \cos(\nu t - \beta) \cdot \mathfrak{A} \cdot \cos(n\varphi) + f(\varphi) \cdot q \cdot \cos(\nu t - \beta)\, \mathfrak{A} \sin(n\varphi)\}\ ^2).$$

Wir greifen mit dieser Beschränkung gewissermaßen aus den Lösungen für die unendliche Kette eine besondere Klasse heraus, nämlich eben die, die zur Approximation endlicher Systeme überhaupt verwendbar sind. Nunmehr ist es gestattet:

$$Q' = Q \cos\delta , \quad Q'' = Q \sin\delta ,$$

also

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{Q''}{Q'}$$

zu setzen, worin δ von t unabhängig ist[3]).

Die Gleichungen:

$$\xi_p = \sum_{(\varphi)} Q_k \mathfrak{A}_k \cos(n\varphi - \delta) ,$$

$$V = \frac{m}{2} \sum_{(\varphi)} \nu_k Q_k^2 ,$$

1) Bei der Kette von Massenpunkten ergibt sich dies einfach, indem man von dem allgemeinen, für die „Innenpunkte" gültigen Ansatz verlangt, daß er auch die beiden Gleichungen der Randpunkte befriedigt. Dies liefert immer zwei homogene lineare Gleichungen für die Amplituden der cos- und der sin-Welle und damit zu jedem Werte von φ ein bestimmtes Verhältnis dieser Amplituden als Funktion von φ. Für die kontinuierliche Saite erhält man dasselbe Resultat, wenn man verlangt, daß der allgemeinste Ansatz:

$$A_1 \sin\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \sin(nt)$$
$$+ A_2 \sin\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \cos(nt)$$
$$+ A_3 \cos\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \sin(nt)$$
$$+ A_4 \cos\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \cos(nt)$$

zwei beliebige Randbedingungen

$$u_0 + f_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0$$
$$u_L + f_2 \frac{\partial u_L}{\partial x} = 0$$

erfüllen muß.

2) Wir schreiben von jetzt ab das Summationszeichen über die Phasenpunkte statt des Integrationszeichens.

3) Vgl. hierzu die zitierte Annalenarbeit von P. Debye, S. 59 u. f.

$$T = \frac{1}{2m} \sum_{(\nu)} Q_k^2$$

folgen nun ohne weiteres, und damit, daß für die U der Summe (2) einzusetzen ist:

$$U_{nk} = \mathfrak{A}_k \cos(n\varphi - \delta^\nu).$$

Der für den Einfluß der Wärmebewegung maßgebende Teil des Exponenten von (1) lautet jetzt:

$$-M = \sum_{(\nu)} \frac{kT}{2f} \varkappa^2 \cos^2\vartheta \, \mathfrak{A}_k^2 \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{p_k},$$

in vollkommener Übereinstimmung mit dem von Debye abgeleiteten [Formel (29), l. c.]:

$$-M = \sum_{(\nu)} \frac{\varkappa^2}{2m\nu_k^2} \frac{2\pi}{e^{\frac{h\nu_k}{2\pi kT}} - 1} [(\alpha - \alpha_0)\mathfrak{A}_k + (\beta - \beta_0)\mathfrak{B}_k + (\gamma - \gamma_0)\mathfrak{C}_k]^2 \cdot [\cos(\Omega - \delta) - \cos(\Omega' - \delta)]^2,$$

wenn man seine Formel auf den eindimensionalen Fall spezialisiert, den Grenzübergang zu $T = \infty$ macht, $\alpha_0 = 0$ und $m\nu_k^2 = p_k$ setzt.

Approximieren wir die Summation durch Integration, so lautet das für die Summe eintretende Integral:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}} d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(n-m)\varphi}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}} d\varphi = \frac{m-n}{2}.$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}} d\varphi. \quad (4)$$

(4) ist nun aber vollkommen unbestimmt, solange keine Verfügung über δ als Funktion von φ getroffen ist. Das Spektrum bestimmt eben — im Gegensatz zum Problem der spezifischen Wärmen — hier das Problem nicht eindeutig.

Debye[1]) hat bei seiner Behandlung des dreidimensionalen Problems den dort physikalisch zu rechtfertigenden Weg des Mittelns über δ eingeschlagen. Würden wir ihm hierin auch im eindimensionalen folgen, so erhielten wir für unser Integral:

Herr Schrödinger setzt als Eigenfunktionen für jeden Wert φ: $\frac{\cos(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$ und $\frac{\sin(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$ ein, so daß er für (2) das Integral:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi) - \cos(m\varphi)]^2 + [\sin n\varphi - \sin m\varphi]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}} d\varphi \quad (5)$$

erhält, dessen Wert $|m-n|$ ist.

Diesem Integral liegt implizite die Annahme zugrunde, daß Q' und Q'' voneinander unabhängig sind. Dies ist nach unseren obigen Auseinandersetzungen nicht zu rechtfertigen. Es wäre nach ihnen auch unrichtig, die Wahrscheinlichkeit der Q' und Q'' als voneinander unabhängig zu behandeln, denn Q' und Q'' sind durch die Randbedingungen gekoppelt[1]).

Im folgenden soll nun an zwei Extremfällen gezeigt werden, daß wir durch Wahl von δ den Wert der Summe (2) innerhalb gewisser Grenzen beliebig variieren können.

1) Es ist kaum nötig darauf hinzuweisen, daß sich (5) aus (4) durch keine wie immer geartete spezielle Annahme über δ erhalten läßt.

II.

a) Gitterlinie mit freien Endpunkten (1 und N).

Das System der Bewegungsgleichungen lautet:

1) Debye behandelt in der zitierten Arbeit den Extremfall, daß die räumlichen Phasen auch schon nächstbenachbarter Punkte voneinander unabhängig sind. Der zweite Extremfall — gleiche räumliche Phasenkonstante zweier Punkte mit verschiedenen Indizes l, m, n, l', m', n' — wird, wie Herr Debye so freundlich war mir mitzuteilen, in einer demnächst erscheinenden Arbeit untersucht werden. Dieselbe wird damit auch die Frage erledigen, wie groß der maximale Fehler ist, den man bei Verwendung der Formel (29) (l. c.) begeht.

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{\xi}_1 &= -f\xi_1 + f\xi_2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ m\ddot{\xi}_p &= f\xi_{p-1} - 2f\xi_p + f\xi_{p+1} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ m\ddot{\xi}_N &= f\xi_{N-1} - f\xi_N . \end{aligned}\right|$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems wird erhalten durch den Ansatz:

$$\xi_p = C\cos\left(p-\frac{1}{2}\right)\alpha\cdot\cos(\nu t-\beta),$$

worin:

$$\nu^2 = 4\,\frac{f}{m}\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

und α eine Lösung von

$$\sin(N\alpha) = 0$$

ist.

Dies liefert als allgemeine Lösung unter Einführung von Normalkoordinaten:

$$\xi_p = \sum_{k=1}^{k=N} Q_k U_{pk},$$

worin

$$Q_k = q_k\cos(\nu_k t-\beta_k),$$

$$\nu_k^2 = 4\,\frac{f}{m}\sin^2\frac{k\pi}{2N}$$

ist und die normierten Eigenfunktionen

$$U_{pk} = \sqrt{\frac{2}{N}}\cdot\cos\left(p-\frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N}$$

sind.

Die Summe (2) wird jetzt:

$$\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{k=N}\frac{\left[\cos\left(m-\frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N}-\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N}\right]^2}{4\sin^2\frac{k\pi}{2N}} = \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{k=N}\frac{\sin^2\left(a\frac{k\pi}{2N}\right)\sin^2\left(b\frac{k\pi}{2N}\right)}{\sin^2\left(\frac{k\pi}{2N}\right)},$$

worin

$$a = m-n, \quad b = m+n-1,$$

also $a<b$ ist.

Die Auswertung obiger Summe ist mittels folgender elementarer Rechnung[1]) möglich:

Wir schreiben sie:

$$\sum_1^N = -\frac{1}{4}\sum_1^N \frac{\left(e^{i a\frac{k\pi}{2N}}-e^{-i a\frac{k\pi}{2N}}\right)^2\left(e^{i b\frac{k\pi}{2N}}-e^{-i b\frac{k\pi}{2N}}\right)^2}{\left(e^{i\frac{k\pi}{2N}}-e^{-i\frac{k\pi}{2N}}\right)^2} = -\frac{1}{4}\sum_1^N x^{k(-a-b+1)}\cdot\frac{(x^{ak}-1)^2\,(x^{bk}-1)^2}{(x^k-1)^2},$$

wenn wir zur Abkürzung $e^{\frac{i}{N}} = x$ setzen.

Wir dividieren $(x^{ak}-1)^2$ durch den Nenner, multiplizieren unter dem Quadrat aus und erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \sum &= -\frac{1}{4}\sum_1^N x^{k(-a-b+1)}\left[-1-x^k-x^{2k}\cdots-x^{(a-1)k}+x^{bk}+x^{(b+1)k}+\cdots x^{(a+b-1)k}\right]^2 \\ &= -\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{k=N}\left[x^{-(a+b-1)k}+2x^{-(a+b-2)k}-2a\,x^0\cdots+2x^{+(a+b-2)k}+x^{(a+b-1)k}\right] \end{aligned}\right| \quad (6)$$

mit vollkommen symmetrischem Aufbau um das Glied x^0. Es lassen sich daher immer je zwei symmetrisch gelegene Glieder zusammenfassen; jedes solche Gliederpaar ist aber nichts anderes als: $2\cos\left(p\frac{k\pi}{N}\right)$, wenn wir den vor k stehenden Faktor mit p bezeichnen. Nach elementaren trigonometrischen Sätzen ist aber:

$$\sum_{k=1}^{k=N}\cos\left(p\frac{k\pi}{N}\right) \text{ für } \begin{cases} p \text{ gerade} = 0 \\ p \text{ ungerade} = -1 \\ p \text{ Null} = N \end{cases}$$

($p<2N$ vorausgesetzt). Es liefern also alle Gliederpaare mit geradem p bei der Summation über k Null; von denen mit ungeradem p läßt sich leicht zeigen, daß die Zahl derer mit positivem Vorzeichen = der Zahl derer mit negativem Vorzeichen ist. Sie heben sich also gegenseitig auf und es bleibt nur das Glied im Symmetriezentrum mit dem Exponenten 0 übrig. Dieses aber liefert bei der Summation über k: $-2Na$.

Daher ist der Wert der Summe im Exponenten:

$$-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{N}\cdot-2Na = |a|^{2)} = |m-n|.$$

1) Die hier verwendete Methode verdanke ich Herrn Stud. math. van Os (Leiden).

2) a ist als die Zahl der Glieder mit Exponenten von 0 bis $(a-1)$ ein Absolutwert.

b) Gitterlinie mit festen Endpunkten.

Das System der Bewegungsgleichungen ist jetzt:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= 0 \\ m\ddot{\xi}_2 &= -2f\xi_2 + f\xi_3 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ m\ddot{\xi}_\varphi &= f\xi_{\varphi-1} - 2f\xi_\varphi + f\xi_{\varphi+1} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ m\ddot{\xi}_{N-1} &= f\xi_{N-2} - 2f\xi_{N-1} \\ \xi_N &= 0. \end{aligned}\right|$$

Die allgemeine Lösung[1]) ist unter Einführung von Normalkoordinaten:

$$\xi_\varphi = \sum_{k=1}^{k=N-2} Q_k U_{\varphi k},$$

worin

$$Q_k = q_k \cos(\nu_k t - \beta_k)$$

$$\nu_k^2 = 4\frac{f}{m}\sin^2\frac{k\pi}{2(N-1)} \quad (k=1 \text{ bis } k=N-2)$$

$$U_{\varphi k} = \sqrt{\frac{2}{N-1}}\sin\frac{(\varphi-1)k\pi}{N-1}$$

ist.

Die Summe (2) wird jetzt:

$$\frac{2}{N-1}\sum_{k=1}^{k=N-2}\frac{\left[\sin(n-1)\frac{k\pi}{N-1} - \sin\frac{(m-1)k\pi}{N-1}\right]^2}{4\sin^2\frac{k\pi}{2(N-1)}}. \qquad (7)$$

Diese Summe ist ganz ähnlich zu behandeln wie die frühere. Um eine Kontrolle des Resultats zu erleichtern, will ich die einfache Rechnung hier kurz angeben: Derselbe Prozeß wie früher führt (7) in eine mit (6) vollkommen identische Summe über, nur daß jetzt keine Glieder mit Minuszeichen auftreten und zu berücksichtigen ist, daß jetzt $a+b-1$ immer ungerade ist ($a = m-n$, $b = m+n-2$) und ferner die Summation nur von 1 bis $(N-1)$ zu erstrecken ist. Die Zahl der Glieder mit Exponenten 0 ist wieder $2a$, von den übrigen brauchen wir die Zahl der Paare mit ungeraden Exponenten. Diese ist a^2. Bei Ausführung der Summation über k liefern die Nullglieder wieder $\frac{(N-1)\,|\,a}{2}$, die Gliederpaare mit ungeraden Exponenten: $\frac{1}{4}(a^2-2)$ (nach dem früher zitierten trigonometrischen Satz). Der Wert der Summe (2) ist also jetzt:

$$\frac{2}{(N-1)}\cdot\left[\frac{(N-1)\,|\,a}{2} - \frac{a^2}{2}\right] = |m-n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}.$$

Zusammenfassung.

Wir haben also für den von den Summationsindizes abhängigen Faktor des für den Einfluß der Wärmebewegung maßgebenden Teils des Exponenten erhalten.

1. Bei Approximation des endlichen Systems durch das unendliche:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{[\cos(n\varphi-\delta) - \cos(m\varphi-\delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\,d\varphi.$$

2. Bei Annahme von bestimmten Grenzbedingungen

a) für freie Enden: $|m-n|$,

b) für feste Enden: $|m-n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}$.

Die Summe (1) lautet demnach unter der Annahme 2a:

$$I_m = \sum_m\sum_n' e^{ix\alpha(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}x^2\cos^2\vartheta\,|\,m-n|},$$

unter der Annahme 2b:

$$I_m = \sum_m\sum_n' e^{ix\alpha(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}x^2\cos^2\vartheta\left\{|m-n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}\right\}}.$$

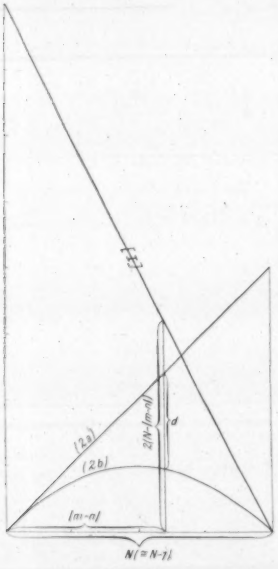
Diese Summen sind natürlich wesentlich verschieden. Man kann eine Abschätzung ihres Unterschieds ohne Rechnung durch eine graphische Darstellung gewinnen. Trägt man nämlich auf der Abszissenachse $|m-n|$, d. i. der Abstand eines interferierenden Punktpaares, auf der Ordinatenachse die Werte $|m-n|$ bzw. $|m-n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}$ auf, so erhält man die nebenstehenden Kurven:

2a liefert eine unter 45° gegen die Abszissenachse geneigte Gerade, 2b eine Parabel, deren Tangente im Nullpunkt unter 45° geneigt ist. Die Werte der Ordinaten sind in die Summen 2a bzw. 2b einzutragen[1]). Jedes Glied von 2a

1) Siehe hierzu: Rayleigh, Theory of Sound p. 172.

1) Für feste Enden ist der Schwächungsfaktor des äußersten festen Punktpaares $(m-n=N-1)=1$, wie es sein muß, dagegen für freie Enden am kleinsten; dieses Punktpaar schwingt sozusagen am „unabhängigsten" und interferiert daher am wenigsten.

wird aus dem entsprechenden von 2b erhalten, indem man es mit e^{-d} multipliziert. Die Ordinaten der Kurve [I] geben uns die Dichte-



verteilung der einzelnen Glieder der I_m-Summe über die Abszissenachse an; es kommt das Punktpaar mit dem Abstand $|m-n|$ in den I_m-Summen $2(N-|m-n|)$mal vor. Bei irgendwelchen Grenzbedingungen, die zwischen den von uns angenommenen liegen, wird die für I_m charakteristische Kurve zwischen 2a und 2b verlaufen.

Würde man also nur einen kleinen Teil eines eindimensionalen Kristalls ($|m-n|_{max} \ll N$) bestrahlen, so würden nur Glieder, die in der Nähe des Nullpunkts liegen, in die Intensitätssumme eingehen, und es wäre deren Wert für beliebige Grenzbedingungen identisch mit 2a. Wir können also resümierend sagen: Das von Schrödinger abgeleitete Resultat ist streng gültig für einen nur auf einem endlichen Stück bestrahlten unendlichen eindimensionalen Kristall. Je größer der bestrahlte Bruchteil des Kristalls ist, um so mehr kommt der Einfluß der Randbedingungen zur Geltung.

Der charakteristische Zug der Schrödingerschen Rechnung — die Abhängigkeit des Wärmebewegungs-Schwächungsfaktors eines interferierenden Punktpaares von dessen Indizes —, die im wesentlichen für die Unterschiede gegen die Debyeschen Resultate verantwortlich ist, bleibt natürlich in jedem Falle erhalten. Es geht jedoch schon aus der Unbestimmtheit der Lösung hervor, daß das eindimensionale Problem in diesem Falle kaum dazu geeignet sein dürfte, ein gutes Bild vom Einfluß der Wärmebewegung auf das Röntgenstrahleninterferenzbild zu geben.

(Eingegangen 18. Februar 1914.)

Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen.

Von J. Laub.

(Mit Tafel IV.)

Ausgehend von der Annahme, daß die Sekundärstrahlen für die Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen von großer Bedeutung sind, und in der Meinung, daß, wenn Kanten beim Röntgenlicht überhaupt eine Rolle spielen sollen, dafür gesorgt werden müsse, daß eine genügend intensive sekundäre oder zerstreute Strahlung vorhanden sei, habe ich im Anschluß an meine früheren Beobachtungen (diese Zeitschrift **14**, 992, 1209, 1913; **15**, 140, 1914) noch im September des vorigen Jahres in Buenos-Aires den in folgendem beschriebenen Versuch ausgeführt[1]).

Die von der Antikathode kommenden Strahlen gingen durch ein 5 cm langes, 3 cm weites, 0,7 cm starkes Bleirohr und fielen auf ein 6 cm langes, 2,9 cm breites Zinkblech von der Dicke 0,6 mm, so, wie es aus der Fig. 1 ersichtlich ist

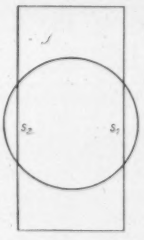


Fig. 1.

1) Die Arbeiten der Herren Bragg und Hupka waren mir damals noch unbekannt; Herr Einstein war so freundlich mich auf sie aufmerksam zu machen.

(Sicht von oben). Die Strahlen gingen also nach dem Austritt aus dem Bleirohr durch das Zinkblech, während sie auf der rechten und linken Seite frei durch den Spalt s_1 bzw. s_2 liefen und die Ränder streiften. Die Spaltbreite von jeder Seite war etwas kleiner als 0,5 mm. Hinter der Zinkplatte waren in entsprechenden Abständen drei photographische Lumière-Platten angebracht.

Das Zinkblech und die photographischen Platten befanden sich in einem dickwandigen Bleikasten, der Deckel, in dem das oben erwähnte Bleirohr angebracht war, und durch das die Röntgenstrahlen zu gehen hatten, war aus 1 cm dicken *Pb* angefertigt. Alles war aufs sorgfältigste geschützt, so daß sicher keine unerwünschten Strahlen auf die Platten fielen. Verwandt wurde eine Müllersche Rapidröhre mit Wasserkühlung und *Pt*-Antikathode: das Induktorium wurde mit 110 Volt und 5 Ampere gespeist, als Unterbrecher diente ein Quecksilberturbinenunterbrecher von der A. E.-G.

Nach einer Expositionszeit von 75 Minuten fand ich auf der photographischen Platte folgendes Bild. In der Mitte sieht man den Durchstoßungskreis der durch das Zinkblech durchgelassenen Primärstrahlen, links und rechts eine stärkere Schwärzung, die von dem Spalt[1]) herrührt (ellipsenähnlicher Spalt). An den Spalt schließt sich ein „Abbild", das mit ihm unverkennbare Ähnlichkeit hat, nur ist es etwas größer und weniger intensiv. An die erste Abbildung schließt sich eine ähnliche zweite, stark vergrößert und geschwächt. Ferner sieht man in der Abbildung einen scharfen Strich, der viel schwärzer als seine Umgebung ist (Verstärkung) und offenbar vom Zinkrand herkommt. Die Begrenzung der beiden „Abbildungen" ist eine äußerst exakte (s. Phot. 1, Tafel IV).

Dank dem großen Entgegenkommen des Herrn Professors Weiß[2]) war es mir möglich, hier in Zürich die Beobachtungen zu wiederholen und zu erweitern. Zuerst habe ich den oben beschriebenen Versuch wiederholt. Um aber zu sehen, ob nicht eventuell die an den Wänden des Bleirohrs zerstreuten Strahlen[3]) die geschilderten Erscheinungen vortäuschen, habe ich das Rohr abgeschnitten und die Röntgenstrahlen direkt durch das in die 1 cm dicke *Pb*-Platte gebohrte 3-cm-Loch auf das Zinkblech fallen lassen.

1) Durch den die Strahlen direkt gehen.

2) Es sei mir gestattet auch an dieser Stelle Herrn Prof. Weiss besten Dank zu sagen.

3) Auf diese Möglichkeit wurde ich auch in einer Unterredung mit Herrn Pohl in Berlin aufmerksam gemacht.

Gebraucht wurde jetzt eine Gundelachröhre mit Wolframantikathode und ein Klingelfuß-Induktor (50 cm Funkenlänge) mit einem mechanischen Starkstromunterbrecher. Die Unterbrechungszahl betrug 50 pro Sekunde. Der Abstand Antikathode — bestrahltes Zink war 35 cm.

Zink — erste photographische (Schleußner-) Platte — 2 cm,
Zink — zweite photographische Platte — 8 cm,
Zink — dritte photographische Platte — 14 cm.

Nach einer Belichtungszeit von 150 Minuten erhielt ich die Photographie 2, Tafel IV. Es sei gestattet, auf die ausgeprägte Verstärkung (schwarzer Strich) hinzuweisen, die man in den beiden „Abbildern" sieht, ferner auf den schwachen Kreissektor und auf die Trennung der einzelnen Partien durch Intensitätsminima. (Auf der zweiten und dritten Platte sieht man die Intensitätsminima noch viel besser.) Auch die scharfe Begrenzung der Abbildungen sei nochmals hervorgehoben.

Auf der zweiten und dritten Platte sind dieselben Figuren in vergrößertem Maßstabe vorhanden.

Um die Erscheinung weiter zu studieren, habe ich die in der Skizze (2) angegebene Anordnung getroffen.

In den Gang der Strahlen wurde eine Zinkplatte gebracht, die einen 6 cm langen und 1 mm breiten rechteckigen Spalt enthält. Auf der linken Seite war der Rand des Bleidiaphragmas durch das Zink abgeschirmt, die Strahlen konnten den langen rechteckigen Spalt frei passieren, während die rechte Seite ungeändert wie bei den früheren Versuchen blieb. Belichtet wurde nur 90 Minuten. Das Resultat ist aus Photographie 3, Tafel IV zu ersehen. Auf der rechten Seite ist ein Abbild wie bei den früheren Versuchen vorhanden, während wir

Fig. 2.

auf der linken Seite ein Abbild sehen, das durchaus dem rechteckigen Spalt ähnlich ist. Die Form des Spaltes ist von Einfluß. Zu beachten ist in dem Rand des rechten Abbildes die kleine Figur, die ich als eine Wiederholung des ellipsenförmigen Spaltes betrachte. Auch auf die Intensitätsunterschiede zwischen den einzelnen Zonen sei wieder hingewiesen.

Kehren wir zu der Versuchsanordnung zurück und betrachten wir noch einmal die Photographien, so müssen wir sagen, daß bei der Entstehung der „Abbildungen" die Ränder der Körper zweifellos eine Rolle spielen. Denn nur auf der rechten und linken Seite, wo freie Ränder vorhanden sind, kann man scharfe Abbilder sehen.

Die Lage und Schärfe der Abbildungen sind stark abhängig vom Neigungswinkel, den die bestrahlte Platte mit den Strahlen bildet.

Besonders günstig erweisen sich — wenigstens was Zink betrifft — mittelweich-harte Röhren. Eine Änderung des Härtezustandes während der Exposition in dem Gebiete mittelweich-hart hat keinen wesentlichen Einfluß auf die Erscheinungen. Auch scheint das Material und die Form der Antikathode keinen Einfluß zu haben.

Ähnliche Erscheinungen wurden auch mit einer Schwefelplatte erhalten.

Zum Schluß seien noch einige merkwürdige Beobachtungen erwähnt, die ich gemacht habe. Fallen Röntgenstrahlen 3—4 Stunden auf Körper, so kommt es oft vor, daß man auf der photographischen Platte zweifache, ja sogar dreifache Abbildungen desselben Gegenstandes von abnehmender Intensität findet. Und so ist es vorgekommen, daß der Eisenhalter der photographischen Platte, der nur 2 cm weit vom Diaphragma entfernt war, sich zweifach abgebildet fand. Auch der Rand einer Glasplatte war einmal zweifach abgebildet auf der photographischen Platte vorhanden.

Es ist mir nicht gelungen, eine einwandfreie Erklärung der geschilderten Erscheinungen zu finden. Zu ihrer Deutung sind ausführlichere und eingehendere Versuche nötig, die ich demnächst in Buenos-Aires auszuführen gedenke.

Buenos-Aires, Departemento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario und Zürich, Polytechnikum.

(Eingegangen 16. Februar 1914.)

Nachtrag bei der Korrektur:

Es scheint mir richtig zu sein, noch folgenden Versuch mitzuteilen: Hinter die 3 cm weite Öffnung wurde ein zylindrisches aus Papier angefertigtes Schächtelchen gestellt, das mit fein pulverisierter Holzkohle vollständig gefüllt war, so daß die Röntgenstrahlen eine Strecke von 5 cm in der Kohle zurücklegen mußten. Gleich hinter der Kohle stand eine photographische Platte, der Abstand Antikathode—Kohle betrug 40 cm. Gebraucht wurde eine sehr harte Gundelachsche Intensivröhre, die ich der Freundlichkeit des Herrn v. Laue verdanke und eine Müllersche Rapidröhre mit Wasserkühlung. Nach einer Expositionszeit von 1 Std.[1]) erhielt ich auf der photographischen Platte, ähnlich wie früher bei der Verwendung von sehr engen Diaphragmen, dunkle und helle Ringe. Aber außerdem war der Durchstoßungskreis der Primärstrahlen stark deformiert und nicht gleichmäßig geschwärzt, sondern in zwei Gebiete von verschiedener Intensität getrennt. Ferner sieht man auf der Platte wiederholte Figuren, wie ich sie schon bei früheren Versuchen gefunden hatte. Ob die Figuren auf sekundäre Wirkungen in der Platte zurückzuführen sind, kann ich erst nach weiteren Versuchen entscheiden.

Da die von mir beschriebenen Erscheinungen, wie man es aus den photographischen Platten sieht, sehr stark ausgeprägt sind, habe ich versucht sie mit bloßem Auge auf einem Astralschirm zu beobachten, ohne jedoch vorläufig zu einem Resultate zu gelangen.

Zum Schluß möchte ich der Firma Reiniger, Gebbert & Schall meinen besten Dank dafür aussprechen, daß sie so freundlich war, mir während meines kurzen Aufenthalts in Zürich manche Instrumente leihweise zur Verfügung zu stellen.

1) Es ist günstig, keine zu langen Expositionszeiten zu nehmen, weil dann die photographischen Platten nicht „verwaschen" sind.

(Eingegangen 15. März 1914.)

Ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. III.

Von E. Gehrcke.

§ 9[1]). Das System von Stufenflächen, das den positiven Kern eines Natriumions umgibt (vgl. § 4 u. 5), sei nunmehr hinsichtlich der relativen Intensitäten der verschiedenen Serienlinien näher diskutiert. Die empirisch feststehenden Zugehörigkeiten der einzelnen Linien in den Haupt- und Nebenserien zueinander lassen sich nämlich an dem Modell in einfacher Weise zum Ausdruck bringen.

1) Diese Zeitschr. 15, 123, 198, 1914.

Das für Natrium (und die Alkalien) typische Bild der Stufenflächen, wie es früher behandelt wurde, sei in Fig. 1 schematisch dar-

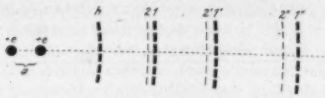


Fig. 1.

gestellt: Der (doppelte) positive Kern des Ions wird hiernach umgeben von der einfachen Stufenfläche h, um welche das Stufenpaar 2 und 1 gelagert ist. Um das letztere ist das Paar 2′ und 1′, dann das Paar 2″ und 1″ usw. gruppiert. Ein Elektron, das von irgendeiner Stufenfläche ausgehend auf die Stufenfläche h fällt, erzeugt daselbst eine Linie der Hauptserie; ein Elektron dagegen, das von irgendeiner äußeren Stufenfläche auf 2 oder 1 fällt, erzeugt eine Linie der Nebenserien, und zwar im Falle des Natriums:

eine Linie der zweiten Nebenserie beim Fall von einer der Stufen 2′, 2″, 2‴ ... auf 2 oder 1;

eine Linie der ersten Nebenserie beim Fall von einer der Stufen 1′, 1″, 1‴ ... auf 2 oder 1.

Beim Fallen auf die Stufen 2′, 1′ entstehen ultrarote Serien (Bergmann-Serien).

Die kürzere Welle eines Paares der Nebenserien entsteht beim Fall des Elektrons bis 2, die längere Welle beim Fallen bis 1.

Es werde nun angenommen, daß die verschiedenen Stufen nicht alle gleich häufig von den Elektronen beim Fallen benutzt werden. Das Elektron soll vielmehr an gewissen Stufenflächen leichter hängen bleiben und von diesen auch leichter herabfallen als von andern. Solche von den Elektronen bevorzugten Stufen[1]) seien die äußeren Stufen der Paare, also 1, 1′, 1″ ... Dann ergeben sich folgende Konsequenzen: alle Spektrallinien, die bei Benutzung dieser Stufen 1, 1′, 1″ ... durch das Elektron entstehen, müssen stärker sein als die Spektrallinien der Stufen 2, 2′, 2″ ..., welche in Fig. 1 durch dünne Striche bezeichnet sind. Dies sagt aus, daß die Linien der **ersten** Nebenserie **stärker** sein werden als diejenigen der zweiten. Ferner folgt, da die von den Stufen 1, 1′, 1″ ... nach h fallenden Elektronen die kürzeren Wellen der Paare der Hauptserie erzeugen, daß jede kurzwelligere Linie eines Paares der Hauptserie **stärker** sein wird als die langwelligere. Endlich folgt, da die Stufe 1 öfter benutzt wird als die Stufe 2, und da beim Stoppen eines Elektrons in der Stufe 1 eine längere Welle erzeugt wird als beim Stoppen desselben Elektrons in 2, daß in **beiden** Nebenserien die **längere** Welle eines Paares intensiver sein muß als die kürzere. Alle diese Folgerungen sind bekannte Erfahrungstatsachen[1]), die bisher lose nebeneinander stehen und die sich von dem Modell, wie man sieht, im Zusammenhang wiedergeben lassen; es sind hier, um an einen Ausspruch von Heinrich Hertz zu erinnern, die denknotwendigen Folgen des Bildes (Modells) in Übereinstimmung mit den naturnotwendigen Folgen des Geschehens.

§ 10. In den von Kayser und Runge aufgestellten Serienformeln der Alkalien ist auffällig, daß die zweiten Glieder, also die Koeffizienten von p^{-2} (vgl. oben S. 200, Gl. 15—17 und Kayser, Spectroscopie, Bd. II) Werte haben, die dicht um einen mittleren Wert 120000 herumliegen; nur beim Lithium finden sich größere Abweichungen bis rund 10 Proz.; die anderen Koeffizienten in den Formeln sind dagegen um bedeutende Beträge voneinander verschieden. Vergleicht man hiermit die theoretischen Formeln 12—14 auf S. 200, so wären diese Eigentümlichkeiten im Bau der Alkalienspektren erklärt, wenn die Größe β oder die Fundamentalgrößen r_0 und r_1 (vgl. Gl. 5 auf S. 199) für alle Alkalien gleiche Werte hätten und wenn nur die Größe a, also der Abstand a der beiden positiven Kerne, für die verschiedenen Alkalien verschiedene Werte hätte. Aus den Werten der von p freien Glieder der Hauptserien würde folgen, daß der Abstand a der positiven Kerne mit wachsendem Atomgewicht steigt. Für die Alkalienionen würde sich also hierdurch das sehr einfache Resultat ergeben, daß nur der gegenseitige Abstand der positiven Kerne für das Spektrum des betreffenden Elements charakteristisch ist, während die übrigen Konstanten des Stufensystems dieser Gruppe gleiche Werte haben. Nähere quantitative Schlüsse hieraus mögen indes übergangen werden, da die Formeln 12—14 auf S. 200, wie bereits früher hervorgehoben wurde, nur angenäherte Gültigkeit haben.

Es sei bemerkt, daß auch, wenn man für die Hauptserien $q=2$ setzt (statt $q=0$ in § 5 auf S. 199) und für die Nebenserien $q=3$ (statt $q=1$ auf S. 199), die Fundamentalbeziehung $\nu_{II}-\nu_{II}'=\nu_I-\nu_I'=(N'-N)_{p=3}$, welche die Haupt- und Nebenserien verbindet, herauskommt; hier ist dann für die D-Linien $p=3$, nicht $p=1$ zu setzen. Vielleicht gelingt es,

1) Die vorzugsweise Benutzung mancher Stufen durch die Elektronen kann z. B. durch größere Breite dieser Stufen veranschaulicht werden.

1) Vgl. Kayser, Spectroscopie Bd. 2, S. 522, 523, 557.

einen Ansatz für die geometrische Anordnung der Stufen zu finden, der die empirischen Formeln vollkommener wiedergibt als dies die Gl. 12—14 auf S. 200 vermögen.

Als weitere Konsequenz der in § 4 angegebenen allgemeinen Formeln sei noch erwähnt, daß für $p = \infty$ die Differenz $N - r_1'$, also die Differenz des Endes der Hauptserie und des zugehörigen Endes der Nebenserien, sich gleich der Frequenz des ersten Gliedes der Hauptserie ergibt. Dies ist die bekannte Rydbergsche Regel.

§ 11. In § 8 war bereits angenommen worden, daß die Stufenflächen Ringe sind und nicht geschlossene Schalen. Die letztere Annahme von geschlossenen Schalen (aus Äthervakuum) scheidet schon deshalb aus, weil dann unverständlich wäre, wie die im Innern erzeugten Schwingungen des Äthermediums nach außen heraus könnten. Nur die innerste Isopotentialfläche, an deren Oberfläche die positiven Kerne liegen, wird man als nahezu geschlossene Schale auffassen dürfen. Die Annahme von Ringen wird aber besonders unterstützt durch die von Stark gefundene elektrische Aufspaltung von Serienlinien in mehrere scharfe Komponenten, welche polarisiert sind. Dies sei am Wasserstoff näher erläutert und dabei das in § 2 Gesagte ergänzt.

Zunächst sei noch darauf hingewiesen, daß unser Modell zwei Vermutungen über neue Erscheinungen gewinnen ließ, die sich bestätigten:

1. In § 2 war angenommen, daß der Polarisationszustand der äußeren Komponenten der elektrisch aufgespalteten Linien H_β und H_γ ein solcher ist, daß die Polarisationsebene senkrecht zum elektrischen Felde liegt. Herr Stark[1]) hatte zwar in seiner ersten Veröffentlichung angegeben, daß die äußeren Komponenten senkrecht zu F schwingen. Da ich mir jedoch eine Richtung des elektrischen Vektors der Welle senkrecht zu F an dem Modell nicht recht verständlich machen konnte, so hatte ich angenommen, Herr Stark beziehe seine Angabe auf die Polarisationsebene. Nun hat aber Herr Stark später[2]) angegeben, daß die äußeren Komponenten parallel zu F schwingen; dies steht auch im Einklang mit den Beobachtungen von Lo Surdo[3]) und neuerdings von Stark[4]) und ist gerade derjenige Polarisationszustand der äußeren Komponenten, den das Modell hatte erwarten lassen.

2. Ich hatte aus dem Modell vermutet, daß in Richtung des Kanalstrahls die beiden äußeren Komponenten der in 5 Linien aufgespalteten Wasserstofflinie nicht erscheinen könnten, und daß die in dieser Richtung sichtbaren Linien keine Polarisationen zeigen würden. Diese Folgerungen treffen ebenfalls zu, wie Lo Surdo[3]) fand, welcher an der vor der Kathode eines engen Geißlerrohrs elektrisch aufgespalteten H_γ-Linie nur drei mittlere Komponenten ohne Polarisation beobachtete.

In § 2 mußte noch offen gelassen werden, ob es die Bewegung des leuchtenden Atoms im Äther oder aber das elektrische Feld ist, welches auf das leuchtende Wasserstoffatom in bestimmter Weise richtend einwirkt; denn die damals vorliegenden Beobachtungen bezogen sich auf den Fall gleicher Richtung von elektrischem Feld und Bewegung der H-Träger. Nun ist aber auf Grund von Versuchen, die ich mit Reichenheim zusammen ausführte, zu schließen, daß die richtende Wirkung auf das H-Atom durch das elektrische Feld ausgeübt wird und daß der Einfluß der Bewegung der Träger im Vergleich hiermit unerheblich ist. Trifft dies zu, so führt das obige Atommodell zu folgendem Bild für die Anordnung der ringförmigen Stufenflächen, welche als Ausgangsort der Elektronen bei der Erzeugung der Linien H_α, H_β, H_γ und H_δ im elektrischen Feld dienen, wenn dabei die neueren Angaben von Stark zugrunde gelegt werden (vgl. Fig. 2).

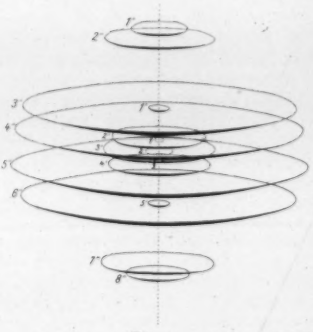


Fig. 2.

Diejenige Stufenfläche, von der das Elektron abgeht, welches H_α erzeugt, besteht aus 3 Ringen: 1 und 3 sind polare kleine Ringe (d. h. Ringe in der Nähe der Pole), 2 ist ein größerer äquatorialer Ring (d. h. Ring in der Nähe des

1) J. Stark, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1913, S. 932.
2) Ebenda S. 1110.
3) Lo Surdo, diese Zeitschr. 15, 122, 1914. Wie ich erst bei der Korrektur bemerke, haben auch Stark und Wendt den Longitudinaleffekt beobachtet, vgl. Göttinger Nachr. 1914.
4) Stark, Die Naturwissenschaften, 13. Febr. 1914.

Äquators). Die Ringe 1, 2, 3 sind Parallelzonen auf einer Kugelschale im Abstand $9r_0$ vom positiven Kern (vgl. § 1). Die Stufenfläche von H_β besteht aus 5 Ringen, welche Parallelkreise auf einer die erste umhüllenden Kugelschale vom Radius $16r_0$ sind; 2', 3', 4' sind äquatoriale, 1' und 5' polare Ringe. Um das Ganze herum liegt ein System von 8 Ringen 1''—8'', die als Startflächen des Elektrons bei der Erzeugung von H_γ dienen und auf einer Kugelschale vom Radius $25r_0$ liegen; 1'', 2'' und 7'', 8'' sind polare, 3'', 4'', 5'', 6'' sind äquatoriale Ringe. Um diese herum liegt das aus 8 Ringen bestehende System von H_δ, das nicht mehr gezeichnet ist, usw. Die Fig. 2 zeigt nur die schematische Anordnung der Ringe und ist nicht im richtigen Abstand der geometrischen Abmessungen gezeichnet, da sie dann unbequeme Abmessungen erhalten würde. Wir setzen ferner voraus, daß alle polaren Ringe Schwingungen in Richtung der Achse des ganzen Systems, alle äquatorialen Ringe Schwingungen senkrecht zur Achse veranlassen.

Wenn kein äußeres elektrisches Feld F da ist, so fällt also bei Erzeugung von H_α das Elektron von irgendeinem der Ringe 1 bis 3 auf eine (nicht in Fig. 2 gezeichnete) Schale im Innern aller Ringe; der Radius dieser inneren Schale ist $= 4r_0$ (vgl. § 1). Obgleich die Polarisationsrichtungen für die polaren und äquatorialen Ringe verschieden sind, so entstehen doch, wenn das System keine Vorzugsrichtung hat, nur unpolarisierte Schwingungen der Linie H_α; bei schneller Bewegung des Ganzen im Äther mag aber eine teilweise Orientierung des Systems und damit auch eine teilweise Polarisation resultieren, auch wenn kein elektrisches Feld vorhanden ist, wie Herr Stark beobachtet hat.

Ganz anders wird die Sache, wenn wir annehmen, daß ein genügend starkes äußeres Feld F die Ringsysteme richtet[1]), so daß die Achse des Ganzen parallel zu F eingestellt wird: Beim Abspringen von dem Ringe 1 oder 3 wird das Elektron dann wegen der veränderten Energie eine nach längeren oder kürzeren Wellen verschobene Linie erzeugen (vgl. § 2), so daß also zwei äußere, parallel zum Feld polarisierte Komponenten von H_α entstehen. Beim Abspringen vom Ringe 2 wird dagegen das Elektron die mittlere, unveränderte Wellenlänge H_α erzeugen, deren Polarisation senkrecht zur vorigen steht. Dies ist die elektrische Aufspaltung von H_α. Für H_β gilt Analoges, es entstehen 5 Komponenten mit entsprechender Polarisation. Bei H_γ entstehen 8 Komponenten usw.

Auch die relativen Intensitäten der Komponenten kann man sich veranschaulichen. Am stärksten wird diejenige Komponente sein, bei welcher das Elektron von dem der positiven Feldrichtung zugekehrten polaren Ring abspringt; denn für diese Bewegung ist der Dipol: positiver Kern-Elektron durch das äußere Feld F in seine stabile Gleichgewichtslage gerichtet. Der andere polare Ring wird weniger oft, aber immerhin noch zuweilen vom Elektron benutzt werden; die äquatorialen Ringe werden ebenfalls seltener in Funktion treten dürfen, wenn die relativen Intensitäten der aufgespaltenen H-Linien richtig herauskommen sollen. — Die elastische Kraft, welche die Schwingungen des Elektrons auf einer Ringfläche bewirkt, wird in allen diesen Fällen dadurch geweckt, daß das Elektron gegen eine Grenzfläche des Äthers anläuft: die eigenen Kraftlinien des Elektrons im Äther wirken dann dem Eindringen in das Äthervakuum entgegen.

Es sei noch bemerkt, daß ein etwaiger Einfluß des elektrischen Feldes auf Absorptionslinien, wie überhaupt eine nähere Behandlung der Absorption durch das Modell besondere Annahmen nötig macht.

Man mag über das Modell denken, wie man will, jedenfalls ist es fähig, in einfacher Weise viele Einzeltatsachen im Zusammenhange zu erklären. Was die Alkalien anlangt, so gibt es folgende Eigenschaften der Alkalispektren wieder: 1. Die beiden Nebenserien bestehen aus Paaren von konstanter Schwingungsdifferenz; 2. die Hauptserie besteht aus Paaren von nach kurzen Wellen bis auf Null abnehmender Schwingungsdifferenz; 3. die Enden der beiden Nebenserien eines Alkalis fallen zusammen; 4. das Ende der Hauptserie liegt bei kürzeren Wellen als das der Nebenserien; 5. die konstante Schwingungsdifferenz der Paare der Nebenserien ist gleich der Schwingungsdifferenz des ersten Paares der Hauptserie; 6. die Schwingungszahl des Endes der Hauptserie unterscheidet sich von derjenigen des Endes einer zugehörigen Nebenserie um die Frequenz einer Linie des ersten Paares der Hauptserie; 7. in der Hauptserie ist die kurzwelligere Linie eines Paares die stärkere, umgekehrt wie bei den Nebenserien. Dies sind sämtliche feststehenden Eigentümlichkeiten, die für die Alkalien charakteristisch sind. Hinsichtlich der Zahlenwerte der einzelnen Linien ist dagegen das Modell unvollkommen, hier ist die Sache noch nicht fertig. Man könnte z. B. der Hauptserie äquatoriale, den Nebenserien polare, etwas verschobene Stufenflächen zuordnen, um

1) Es erscheint nicht schwierig, sich vorzustellen, daß elektrische Kraftlinien, d. h. Spannungen im Äther, ein System von Ringen aus Äthervakuum richten.

zahlenmäßig besser stimmende Serienformeln zu erhalten; doch sollten dann die Linien der Hauptserie keine Aufspaltung im elektrischen Felde zeigen.

Im übrigen mag betont werden, daß das Modell sehr anpassungsfähig ist, z. B. wenn die genauere Untersuchung der Erscheinungen weitere Einzelheiten enthüllen sollte.

(Eingegangen 15. Februar 1914.)

Thermionenströme im hohen Vakuum. (Thermionic Currents in High Vacuum)[1]. I. Wirkung der Raumladung. (Effect of Space Charge.)

Von Irving Langmuir.

Innerhalb der letzten Jahre hat sich eine wachsende Neigung gezeigt, die Elektronenemission seitens erhitzter Metalle als einen entweder durch die Entbindung okkludierter Gase oder durch chemische Reaktionen zwischen dem Metall und den dieses umgebenden Gasen hervorgerufenen Sekundäreffekt anzusehen. Hierfür sind viele Gründe maßgebend gewesen.

Pring und Parker[2]) behaupten, gefunden zu haben, daß der aus glühender Kohle erhaltene Strom sich durch fortschreitende Reinigung der Kohle und Verbesserung des Vakuums auf einen sehr kleinen Wert erniedrigen ließe. Sie folgern daraus, „daß die großen Stromstärken, die man bisher mit erhitzter Kohle erhalten hat, nicht der Emission von Elektronen seitens der Kohle selbst zugeschrieben werden können, sondern daß sie wahrscheinlich herrühren von irgendeiner bei hohen Temperaturen zwischen der Kohle oder in ihr enthaltenen Verunreinigungen und den umgebenden Gasen verlaufenden Reaktion, welche die Emission von Elektronen verursacht". Pring und Parker beobachteten ferner, daß die Ionisation (oder vielmehr der Thermionenstrom) „mit der Temperatur oberhalb 1800° nur sehr wenig zunahm".

Neuerdings hat Pring[3]) die Messungen unter Verwendung noch reinerer Kohle und eines noch besseren Vakuums mit ähnlichen Ergebnissen wiederholt.

Fredenhagen[4]) fand bei seinen Versuchen, daß die Alkalimetalle keinen irgendwie merklichen Thermionenstrom liefern, selbst nicht bei Erhitzung auf 600° C. Er schloß hieraus, daß die früher von Richardson beobachteten Ströme von chemischen Reaktionen zwischen dem Metall und den Gasresten herrührten.

Spätere Versuche gaben Fredenhagen[1]) Grund zu der Annahme, daß keine der bisherigen Messungen des von Platin kommenden Thermionenstroms in Wirklichkeit irgend etwas anderes ergeben hat als Sekundäreffekte.

Richardson[2]) führt indessen in einer Arbeit über die Emission von Elektronen seitens des Wolframs den Beweis dafür, daß der Thermionenstrom nicht auf dem Zerfall des Metalles beruht. Fredenhagen[3]) zweifelt die Erklärung Richardsons an und meint, daß die Elektronenemission auf „einer sich selbst regenerierenden Ursache" beruhen könne. Zur Erledigung dieser Frage hält er es für nötig, „daß Versuche abgewartet werden, ob Wolframdrähte verschiedener Herstellung und verschiedener Reinheit besonders bezüglich des bei ihrer Herstellung schwer zu vermeidenden Kohlenstoffgehalts den gleichen Effekt geben, ob der Effekt auch bei sehr langen Versuchsdauern konstant bleibt, und ob die Temperaturabhängigkeit des Effekts eine der Theorie entsprechende ist".

Im Laufe der letzten Jahre habe ich eine große Anzahl von Versuchen über die Thermionenströme aus verschiedenen Drähten in hochgradigem Vakuum angestellt. Im Verlaufe dieser Arbeit habe ich eine eingehende Untersuchung über die Wirkung von Gasresten bei Drucken ausgeführt, die für gewöhnlich kleiner als 1 μ (0,001 mm) Hg waren. Das hierbei angesammelte Material brachte mich allmählich zu der Überzeugung, daß der Thermionenstrom aus einem erhitzten Metall in einem sehr hochgradigen Vakuum eine charakteristische Eigenschaft des reinen Metalls ist.

Es ergab sich, daß mit der Verbesserung des Vakuums der Thermionenstrom aus Wolfram, sowie der aus Tantal, Molybdän, Platin und Kohle, gegen einen bestimmten Grenzwert hin zunahm. Die Gegenwart winziger Spuren gewisser Gase, 0,01 μ oder gar noch weniger, erniedrigte den Thermionenstrom stark, während andere Gase (die einatomigen) selbst bei Drucken bis zu 1 μ (zuweilen sogar bis zu 100 μ) aufwärts und selbst bei solchen Spannungen, daß eine leuchtende Entladung auftrat, keinen merklichen Einfluß hatten.

1) Diese Veröffentlichung bildet in der Hauptsache einen Auszug aus einer Arbeit, die ich am 18. Okt. 1913 in der American Physical Society zu Newyork vorgetragen habe, und die in der Phys. Rev. (2) **2**, 450, 1913 ausführlich veröffentlicht worden ist.

2) Pring and Parker, Phil. Mag. (6) **23**, 192, 1912.

3) Pring, Proc. Roy. Soc. (A) **89**, 344, 1913.

4) Fredenhagen, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 384, 1912.

1) Fredenhagen, Leipz. Ber., math.-phys. Kl., **65**, 42, 1913.

2) Richardson, diese Zeitschr. **14**, 793, 1913.

3) Fredenhagen, diese Zeitschr. **15**, 19, 1914.

Die Tatsache, daß andere Beobachter zu dem genau entgegengesetzten Schlusse gelangt sind, nämlich zu dem Schlusse, daß die Elektronenemission verschwindet, wenn man sich einem vollkommenen Vakuum nähert, diese Tatsache beruht meiner Meinung nach auf zwei Ursachen. Diese Ursachen sind, daß es nicht gelungen ist, die Wirkungen der durch die emittierenden Elektronen verursachten Raumladung zu beseitigen, und daß es nicht gelungen ist, ein Vakuum zu erhalten, das hinreichend frei von Wasserdampf und Kohlenwasserstoffdämpfen war.

Der übrige Teil der vorliegenden Veröffentlichung wird die Wirkungen der Raumladung bei Thermionenströmen behandeln. In einer weiteren Veröffentlichung soll der Einfluß von Gasresten und die allgemeine Bedeutung dieser Ergebnisse für die Methoden zur Bestimmung der Elektronenemission in einem vollkommenen Vakuum behandelt werden.

Vorläufige Beobachtungen.

Es ist allgemein bekannt, daß Wolframlampen für hohe Spannungen, die bis zu 1 μ Gasreste enthalten, für gewöhnlich ein Aufblitzen eines blauen Glimmlichts aufweisen, wenn die Spannung plötzlich angelegt wird. Bei höheren Drucken hält diese Entladung häufig an und kann dann so lange anwachsen, bis der Strom die Zuführungsdrähte schmilzt und die Lampe zerstört. In einer gut ausgepumpten Lampe findet indessen keine sichtbare Entladung statt, selbst dann nicht, wenn man die Spannung an der Lampe auf das 2,5fache der normalen Spannung steigert oder den Draht bis zu seinem Schmelzpunkte erhitzt. Die Charakteristik einer solchen Lampe bei hohen Spannungen liefert kein Anzeichen dafür, daß irgendein merklicher Strom durch das Vakuum geleitet würde. Trotzdem müßten wir nach veröffentlichten Angaben über die Thermionenströme aus Metallen bei tieferen Temperaturen und einer Extrapolation auf hohe Temperaturen nach der Richardsonschen Gleichung Thermionenströme von mehreren Ampere erhalten.

Somit scheint die einfache Beobachtung an Wolframlampen die Ansicht zu stützen, daß der Thermionenstrom aus Wolfram mit besser werdendem Vakuum sehr klein wird.

Die ersten sorgfältigen Versuche mit einer Lampe, die eine Hilfselektrode enthielt, zeigten, daß die bei dem hohen Vakuum erhaltenen geringen Thermionenströme durch einen Sekundäreffekt verursacht wurden, der mit der eigentlichen Elektronenemission nichts zu tun hat.

Die bei diesen Versuchen benutzten Lampen enthielten zwei Wolframfäden mit je einer Schleife (Haarnadelform) mit getrennten Zuleitungsdrähten. Auf diese Weise konnte die eine Schleife als Kathode betrieben werden, während die andere als Anode diente. Die Lampe erhielt ein besonders gutes Lampenvakuum und wurde bei einem Druck von ungefähr 0,05 μ abgeschmolzen.

Es stellte sich heraus, daß bei 125 Volt an der Anode der quer durch den Raum zwischen der heißen Kathode und der kalten Anode fließende Thermionenstrom mit der Fadentemperatur unterhalb 2000° nach der Richardsonschen Gleichung zunahm. Oberhalb dieser Temperatur nahm der Strom weniger rasch zu, als es die Theorie ergibt, und wenn die Temperatur schließlich bis über 2200° K gesteigert wurde, trat keine weitere Zunahme der Thermionenstromstärke ein, selbst dann nicht, wenn der Faden bis nahezu auf seinen Schmelzpunkt, 3540° K, erhitzt wurde. Bei Steigerung des Potentials an der Anode auf 250 Volt wuchs indessen die Stromstärke nahezu auf das Dreifache, vorausgesetzt, daß die Temperatur des Fadens genügend hoch war, während bei tieferen Temperaturen die Stromstärke vom Anodenpotential unabhängig war.

Spätere Versuche zeigten, daß jede Kurve des Thermionenstroms als Funktion der Fadentemperatur aus drei Teilen bestand, nämlich

1. einem Teil, der genau der Richardsonschen Gleichung gehorcht;
2. einem Teil, der aus einer horizontalen Geraden besteht, d. h. einem Teil, in welchem die Stromstärke von der Fadentemperatur unabhängig ist;
3. einer Verbindungskurve zwischen diesen beiden Teilen.

Der horizontale Teil der Kurve war besonders interessant. Es ergab sich, daß der Thermionenstrom durch jeden der folgenden vier Faktoren sehr stark beeinflußt wurde:

1. durch das Anodenpotential;
2. durch die Gegenwart eines Magnetfeldes;
3. durch den Flächeninhalt der Anode;
4. durch den Abstand zwischen Anode und Kathode.

Keiner dieser vier Faktoren hatte im ersten Teile der Kurve, also in dem Teile, welcher der Richardsonschen Gleichung folgt, irgendwelchen Einfluß auf den Thermionenstrom. Das heißt, die Konstanten a und b in der Gleichung

$$i = a\sqrt{T}\cdot e^{-\frac{b}{T}}$$

wurden weder durch das Potential, noch durch ein Magnetfeld, noch durch die Entfernung oder den Flächeninhalt der Anode beeinflußt.

Nachdem ich verschiedene Hypothesen versucht hatte, die sich boten, kam ich schließlich

auf den Gedanken, daß diese Temperatursättigung von einer durch die Elektronen zwischen der Kathode und der Anode erzeugten Raumladung herrühren könnte. Die Theorie der Elektronenleitung in einem von allen positiven Ladungen oder Gasmolekülen leeren Raume scheint auffallend vernachlässigt worden zu sein. Man hat anscheinend immer als erwiesen hingenommen, daß positive Ionen vorhanden sind, oder daß mindestens eine genügende Menge Gas vorhanden ist, damit die Bewegung der Elektronen den Gesetzen der Diffusion folgt. J. J. Thomson[1]) gibt die Differentialgleichungen an, die für die Berechnung der Elektronenleitung durch den Raum gelten, und spricht die Vermutung aus, daß man auf diese Weise ein Verfahren zur Bestimmung von e/m ausbilden könne. Anscheinend integriert er die Gleichungen nicht vollständig oder führt ihre Anwendung auf gewöhnliche Thermionenströme nicht durch.

Die Theorie der Elektronenleitung in einem von Molekülen oder positiven Ionen freien Raume.

Wir wollen zwei unendliche parallele Ebenen A und B betrachten, von denen die eine, A, die Eigenschaften eines glühenden festen Körpers haben möge; d. h. wir wollen annehmen, daß sie spontan Elektronen aussende. Die andere Ebene, B, wollen wir als positiv geladen annehmen.

Richardson und andere Forscher haben gezeigt, daß die mittlere kinetische Energie der Thermionen sehr nahezu gleich jener der Gasmoleküle bei derselben Temperatur ist. Diese Tatsache deutet darauf hin, daß sie so niedrige Geschwindigkeiten haben, daß sehr wenige von ihnen imstande sind, sich einem negativen Potential von mehr als ein paar Volt entgegen zu bewegen. Da die an die Anode angelegten Potentiale viel größer sind, können wir der Bequemlichkeit halber annehmen, daß die Elektronen von der Platte A ohne Anfangsgeschwindigkeit abgegeben werden.

Es möge nun V das Potential in einer Entfernung x von der Platte A sein. Demnach wird die kinetische Energie eines Elektrons, wenn es die Strecke x von der Platte aus durchlaufen hat,

$$\tfrac{1}{2} m v^2 = V e \qquad (1)$$

sein.

Der von den Elektronen an irgendeiner Stelle getragene Strom (per Flächeneinheit) wird

$$i = \varrho v \qquad (2)$$

sein.

Der Bequemlichkeit halber wollen wir e und ϱ auch für Elektronen positiv annehmen. Aus der Laplaceschen Gleichung folgt dann (in elektrostatischen Einheiten):

$$\Delta V = \frac{d^2 V}{dx^2} = 4\pi\varrho . \qquad (3)$$

Diese drei Gleichungen setzen uns in den Stand, V als Funktion von x und i auszudrücken. Wenn wir ϱ und v aus (1), (2) und (3) eliminieren, erhalten wir:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 2\pi \sqrt{2} \sqrt{\frac{m}{e}} \cdot \frac{i}{\sqrt{V}} . \qquad (4)$$

Durch Multiplikation mit $2\dfrac{dV}{dx}$ und Integration erhalten wir:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dx}\right)_0^2 = 8\pi i \sqrt{\frac{2mV}{e}} . \qquad (5)$$

Wenn nun an der Oberfläche der Platte A ein entgegen wirkendes (negatives) Potential vorhanden ist, wird kein Strom fließen. Wenn ein positiver Potentialgradient vorhanden ist, werden alle Elektronen, die von der Platte A abgegeben werden, B erreichen, so daß der Strom, der fließt, durch die Richardsonsche Gleichung bestimmt sein wird. Der Fall, der uns interessiert, ist der, in welchem der Strom geringer ist als der Sättigungsstrom und von dem Potential an der Anode bestimmt wird. Offenbar ist für diesen Fall der Potentialgradient an der Platte A Null, d. h.:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_0 = 0 ;$$

somit folgt aus (5), wenn wir die Quadratwurzel ziehen:

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{8\pi i} \sqrt[4]{\frac{2mV}{e}} . \qquad (6)$$

Wenn wir diese Gleichung integrieren und nach i auflösen, erhalten wir:

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{3/2}}{x^2} . \qquad (7)$$

Diese Gleichung[1]) ergibt die maximale Elektronenstromstärke zwischen zwei unendlichen parallelen Platten bei der Entfernung x zwischen

1) J. J. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, 2. Aufl., S. 225.

1) Nachdem ich diese Arbeit zum Druck gegeben hatte, bin ich darauf aufmerksam gemacht worden, daß Herr C. D. Child bereits (Phys. Rev. **32**, 492, 1911) diese Gleichung abgeleitet hat. Er hat sie jedoch nur auf den Fall angewandt, daß die Leitung ausschließlich durch positive Ionen erfolgt.

ihnen und bei einer Potentialdifferenz V. Sie gilt nur für den Fall, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen an der Platte A gegenüber der durch das Potential V erzeugten Geschwindigkeit vernachlässigt werden kann. Sie gilt nicht bei Potentialen, die so hoch sind, daß sich die Elektronen mit Geschwindigkeiten bewegen, die der Lichtgeschwindigkeit nahe kommen.

Nehmen wir $e/m = 1{,}77 \times 10^7$ elektromagnetische Einheiten an, reduzieren auf elektrostatische Einheiten, setzen den Wert in Gleichung (7) ein und reduzieren dann auf Volt und Ampere als Einheiten, so erhalten wir aus (7):

$$i = 2{,}33 \times 10^{-6} \frac{V^{3/2}}{x^2}, \qquad (8)$$

wo i die maximale Stromdichte in Ampere per Quadratzentimeter, x der gegenseitige Abstand der Platten in Zentimetern und V die Potentialdifferenz in Volt ist.

Elektronenstrom zwischen konzentrischen Zylindern.

Wir wollen einen in der Achse eines Zylinders vom Halbmesser r angeordneten Draht vom Halbmesser a betrachten. Es sei i der Thermionenstrom aus dem Drahte per Längeneinheit.

Für den Fall symmetrischer Zylinderkoordinaten wird die Laplacesche Gleichung[1]):

$$\Delta V = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) = 4\pi\varrho$$

oder

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV}{dr}\right) = 4\pi\varrho r. \qquad (9)$$

Die der Gleichung (2) entsprechende Gleichung ist:

$$i = 2\pi r \varrho v. \qquad (10)$$

Diese beiden Gleichungen ergeben uns zusammen mit der in diesem Falle gleichfalls anwendbaren Gleichung (1):

$$r\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} = i\sqrt{\frac{2m}{eV}}. \qquad (11)$$

Diese Gleichung läßt sich wahrscheinlich nicht direkt integrieren, aber es ist möglich, ein Resultat in Form einer Reihe zu erhalten. Die Endlösung nimmt die Form

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{V^{3/2}}{r\beta^2} \qquad (12)$$

an, wo β eine zwischen 0 und 1 veränderliche Größe ist. Den Wert von β können wir erhalten, wenn wir Gleichung (12) in (11) einsetzen und

$$r = a e^{\gamma} \qquad (13)$$

setzen.

1) Webers Differentialgleichungen 1, 98, 1900.

Die Gleichung (11) geht somit über in

$$3\beta\frac{d^2\beta}{d\gamma^2} + \left(\frac{d\beta}{d\gamma}\right)^2 + 4\beta\frac{d\beta}{d\gamma} + \beta^2 - 1 = 0. \qquad (14)$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt

$$\beta = \gamma - \frac{2}{5}\gamma^2 + \frac{11}{120}\gamma^3 - \frac{47}{3300}\gamma^4 + \cdots, \qquad (15)$$

wo

$$\gamma = \log\text{nat}\frac{r}{a} \qquad (16)$$

ist.

Herr E. Q. Adams am hiesigen Laboratorium hat eine Methode zur Berechnung von β für große Werte von γ abgeleitet und hat gezeigt, daß sich β schnell der Einheit nähert, wenn r/a wächst. Zu diesem Zwecke setzt er

$$\beta = 1 - e^{-\mu}. \qquad (17)$$

Die Gleichung (14) geht dann über in

$$\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + (e^{\mu} - 1)\left[3\frac{d^2\mu}{d\gamma^2} - 3\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + 4\frac{d\mu}{d\gamma} - 2\right] = 1. \qquad (18)$$

Durch Einsetzen von

$$\mu = A x + B x^2 + C x^3 + \cdots$$

in diese Gleichung und Bestimmung von A, B, C, $\cdots$ nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten erhält er:

$$\mu = \gamma + \frac{1}{10}\gamma^2 + \frac{1}{40}\gamma^3 + \frac{49}{6600}\gamma^4 + \frac{31723}{18480000}\gamma^5 + \cdots. \qquad (19)$$

Durch Kombination von (19), (17) und (16) sind wir in der Lage, β für verschiedene Werte von r/a zu berechnen.

In der nachstehenden Tabelle I sind Werte von β^2 (in der Gleichung (12) kommt nämlich gerade β^2 vor) als Funktion von r/a angegeben. Wie man sieht, ist β^2 für größere Werte von r/a als etwa 17 außerordentlich nahezu gleich 1.

Tabelle I.

r/a	β^2	r/a	β^2
1,00	0,000	5,0	0,755
1,25	0,042	6,0	0,818
1,50	0,120	7,0	0,867
1,75	0,202	8,0	0,902
2,00	0,279	9,0	0,925
2,50	0,405	10,0	0,941
3,00	0,512	15,0	0,981
4,00	0,665	20,0	0,99999
		∞	1,00000

Da in praktischen Fällen der Durchmesser des den Draht umgebenden Zylinders gewöhnlich weit mehr als zwanzigmal so groß ist wie

der des Drahtes, können wir die Formel (12) für gewöhnlich als

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{V^{3/2}}{r}. \qquad (20)$$

schreiben. Das heißt: die höchste Elektronenstromstärke aus einem dünnen Draht ist von dem Durchmesser des Drahtes unabhängig, dem Halbmesser des umgebenden Zylinders umgekehrt proportional und $V^{3/2}$ direkt proportional.

Wenn wir für e/m Zahlenwerte einsetzen und auf die gewöhnlichen elektrischen Einheiten (Volt, Ampere, cm) reduzieren, wird die Gleichung (20):

$$i = 14{,}65 \times 10^{-6}\,\frac{V^{3/2}}{r}. \qquad (21)$$

Elektronenstrom zwischen anders gestalteten Elektroden.

Es läßt sich zeigen, daß die maximale Elektronenstromstärke zwischen beliebig gestalteten Elektroden sich wie $V^{3/2}$ ändert. Wir wollen ein System betrachten, in welchem wir die maximale Elektronenstromstärke bei der Potentialdifferenz V haben. Dann gilt für einen solchen Raum die Laplacesche Gleichung

$$\Delta V = 4\pi\varrho \qquad (3)$$

sowie die beiden Gleichungen

$$i = \varrho v \qquad (2)$$

und

$$\frac{1}{2}mv^2 = Ve. \qquad (1)$$

Wir wollen nun die Spannung im Verhältnis $1:n$ steigern und die Stromstärke im Verhältnis $1:n^{3/2}$. Dann wird aus den Gleichungen (2) und (1):

$$n^{3/2}i = \varrho v$$

und

$$\frac{1}{2}mv^2 = nVe.$$

Eliminieren wir hieraus v, und lösen wir nach ϱ auf, so erhalten wir:

$$\varrho = ni\sqrt{\frac{m}{2Ve}}.$$

Hieraus ersehen wir, daß ϱ auf das n-fache gewachsen ist. Da indessen V ebenfalls auf das n-fache erhöht worden ist, gilt die Laplacesche Gleichung (3) weiter. Wir sehen somit, daß eine Erhöhung der Stromstärke um einen Faktor $n^{3/2}$ und eine Erhöhung der Spannung um den Faktor n zu einer Bedingung führen, welche weiterhin den drei Gleichungen (3), (1) und (2) genügt. Dies ist jedoch gleichwertig mit einer Erhöhung der Stromstärke proportional mit $V^{3/2}$. Wir sehen also, daß unabhängig von der Konfiguration der Elektroden die maximale Elektronenstromstärke sich wie $V^{3/2}$ ändert.

Experimentelle Bestätigung der Theorie.

Die vorstehenden Betrachtungen haben gezeigt, daß in einem von positiven Ionen oder Gasmolekülen freien Raume die durch die Elektronen verursachte Raumladung die zwischen einer heißen Kathode und einer kalten Anode unter der Wirkung einer gegebenen Potentialdifferenz fließende Stromstärke begrenzt.

Im hiesigen Laboratorium ist eine sehr große Menge experimenteller Daten gesammelt worden. Dieses Material beweist, daß sich die in dieser Theorie angenommenen Bedingungen praktisch erreichen lassen, und daß der Thermionenstrom in einer gut ausgepumpten Lampe tatsächlich durch diese Raumladung begrenzt wird. Die substantielle quantitative Übereinstimmung zwischen den beobachteten Thermionenstromstärken und den nach den Gleichungen (8) oder (21) berechneten beweist, daß die Anzahl der positiven Ionen unter diesen Bedingungen im Vergleich mit der Anzahl der freien Elektronen zu vernachlässigen sein muß.

Es ist möglich gewesen, ein so gutes Vakuum zu erhalten, daß die Thermionenstromstärke sich von 30 Volt bis hinauf zu 1200 Volt genau wie die $^3/_2$te Potenz der angelegten Spannung änderte, ohne eine Spur des blauen Glimmlichts oder ein anderes Anzeichen positiver Ionisation. Bei höheren Spannungen wurden die Thermionenströme so stark, daß die Erhitzung der Anode übermäßig groß wurde. Die zur Verwirklichung eines derartigen Vakuums erforderlichen Bedingungen sollen im zweiten Teil dieser Arbeit ausführlicher erörtert werden.

Herr Dr. Dushman hat im hiesigen Laboratorium quantitative Messungen über die maximale Thermionenstromstärke angestellt, die man in einem hochgradigen Vakuum zwischen einem Wolframdraht und einem konzentrischen Molybdänzylinder unter solchen Bedingungen erhalten kann, daß die Gleichung (21) anwendbar ist.

So lange noch auch nur winzige Spuren von Gas zurückbleiben, sind die erhaltenen Stromstärken sehr viel größer als die berechneten; aber mit der allmählichen Beseitigung der Gase aus dem Glas und aus der Anode nimmt der Thermionenstrom ab, bis er schließlich den durch die Gleichung (21) gegebenen Grenzwert erreicht.

Es ist indessen klar, daß diese Abnahme der Thermionenstromstärke keineswegs auf einer Abnahme der Elektronenemission beruht, sondern einzig und allein durch die allmähliche Beseitigung der positiven Ionen verursacht wird.

Herr Dr. Dushman wird diese Ergebnisse demnächst in der Physical Review veröffentlichen.

Ähnliche Ursachen sind zweifellos dafür verantwortlich, daß es Pring und Parker nicht gelungen ist, aus heißer Kohle in einem hochgradigen Vakuum Thermionenströme zu erhalten. Bei ihren Versuchen standen nicht nur die Elektroden in beträchtlicher Entfernung voneinander, sondern die Glaswandung des Gefäßes war auch sehr nahe an der Anode.

Die Glasoberflächen haben die Neigung, sich gegen den am stärksten negativen Teil der Kathode negativ zu laden, sobald durch die Verbesserung des Vakuums die Zufuhr positiver Ionen hinlänglich vermindert wird. Bei höheren Drucken verhindern die positiven Ionen jegliche Raumladung oder jegliche negative Ladung auf dem Glase. Bei sehr niedrigen Drucken aber wandern die Elektronen aus der Kathode direkt an das Glas, ohne mit Molekülen zusammenzustoßen oder irgendwelche Gelegenheit zu haben, sich mit positiven Ionen zu vereinigen. Diese Aufladung des Glases setzt sich so lange fort, bis das Glas ein negatives Potential von etwa 1 bis 2 Volt gegen die Kathode erreicht.

Es ist noch ein weiterer Effekt vorhanden, der möglicherweise bei den Versuchen von Pring den Thermionenstrom begrenzt hat. Wenn eine Kathode von positiven Ionen bombardiert wird, werden bekanntlich seitens der Kathode Elektronen (δ-Strahlen) mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 5 bis 15 Volt emittiert. Diese werden bestrebt sein, das Glas so stark negativ aufzuladen, daß das von der Anode erzeugte Feld praktisch vernichtet werden wird.

Auf eine dritte Ursache für die Begrenzung der Stromstärke bei den Versuchen von Pring hat mich Herr Professor Richardson hingewiesen. Herr Richardson meint, daß möglicherweise das Magnetfeld, das durch die zur Erhitzung der Kathode benutzten starken Ströme (30 bis 80 Amp.) erzeugt wurde, zur Folge gehabt hat, daß die emittierten Elektronen zur Kathode zurückkehrten. Dieser Effekt würde bei höheren Drucken nicht vorhanden sein, würde aber in einem hochgradigen Vakuum sehr stark ausgeprägt sein. Selbst wenn das Magnetfeld die Elektronen nicht veranlassen würde, zur Kathode zurückzukehren, würde das Feld doch ihre freie Bewegung von der Kathode fort stören, und dadurch die durch die Raumladung hervorgerufenen Wirkungen bedeutend erhöhen.

Research Laboratory, General Electric Co., Schenectady N. Y.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. März 1914.)

Über die Sättigungskurve bei Ionisation mit α-Strahlen.

Von George Jaffé.

Die Schwierigkeit, bei der Ionisation von Gasen mit α-Strahlen Sättigung zu erzielen, ist von Langevin und Moulin[1]) mit der räumlichen Anordnung der Ionen erklärt worden. Danach finden sich die Ionen in „Kolonnen", d. h. in den Bahnen der erzeugenden α-Teilchen angehäuft, so daß sehr viel größere Feldstärken erforderlich sind, um die Ionen beiderlei Zeichens zu trennen, als bei homogener Verteilung der gleichen Zahl von Ionen über das ganze Volumen notwendig wären.

Unter der Annahme, daß die Anfangsverteilung der Ionen in einer Kolonne durch ein Gesetz von der Form

$$n = \frac{N}{\pi b^2} e^{-\frac{r^2}{b^2}} \qquad (1)$$

gegeben ist, wo r den Abstand von der Achse, N die Gesamtzahl der Ionen in einer Kolonne und b einen für das Gas charakteristischen Parameter bedeuten, hat der Verfasser[2]) die Langevinsche Annahme rechnerisch verfolgt. Es haben sich so theoretische Formeln für die Sättigungskurven ergeben, und zwar bei beliebiger Orientierung der Kolonnen gegen das elektrische Feld. Die Formeln beanspruchen Gültigkeit für beliebige gasförmige oder flüssige Medien, und zwar bei solchen Werten des elektrischen Feldes, bei denen der Verlust an Ionen durch „allgemeine Wiedervereinigung" (d. h. zwischen Ionen, die verschiedenen Kolonnen angehört haben), oder durch Diffusion gegen die Elektroden zu vernachlässigen ist. Es läßt sich in jedem Falle angeben, bei welchen Feldwerten das der Fall ist, indem man die Sättigungskurve für homogene Verteilung der gleichen Ionenzahl berechnet[3]); danach gelten die für Kolonnen abgeleiteten Formeln bei Luft von Atmosphärendruck unter normalen Versuchsbedingungen von etwa 10 bis 20Volt/cm aufwärts.

Der Verfasser hat nun gezeigt, daß die abgeleiteten Formeln die an Gasen und Flüssigkeiten beobachteten Sättigungskurven und ihre Abhängigkeit von den in Betracht kommenden Parametern quantitativ wiedergeben. Bei der Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung blieb nur ein Punkt unerledigt, nämlich der

1) M. Moulin, Thèses, Paris, Gauthier-Villars 1910; abgedruckt in Ann. de chim. et de phys. (8) **21**, 550, 1910 und (8) **22**, 26, 1911.

2) G. Jaffé, Ann. d. Phys. **42**, 303, 1913. Vgl. auch G. Jaffé, Le Radium **10**, 126, 1913.

3) Man vgl. G. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**, 249, 1914.

Fall, daß Feld und Kolonnen genau parallel sind[1]); die Versuche von Moulin konnten hier nicht zur Prüfung der Theorie herangezogen werden, weil bei ihnen die α-Strahlen dem Felde nicht genügend parallel waren, und andererseits ließen Versuche von Wheelock[2]) die Möglichkeit offen, daß reelle Abweichungen zwischen Experiment und Theorie vorliegen. Der Verfasser hat sich darum die Aufgabe gestellt, diesen Punkt durch neue Versuche aufzuklären, und es mag das Resultat vorweg erwähnt werden, daß die experimentellen Ergebnisse in vollstem Einklang mit der Theorie sind.

Um den in Frage stehenden Punkt aufzuklären, war es vor allem erforderlich, die verwendeten α-Strahlen weitgehend zu kanalisieren, und dafür mußte wieder ein möglichst kräftiger α-Strahler zur Verwendung gelangen. Ein solcher wurde dem Verfasser in Gestalt eines Poloniumpräparates vom Institut für Radiumforschung in Wien zur Verfügung gestellt; der Verfasser möchte es darum nicht unterlassen, den Herren Professor Stefan Meyer und Dr. V. F. Hess auch an dieser Stelle seinen verbindlichsten Dank für ihre liebenswürdige Hilfe zu sagen, durch welche sie die gegenwärtige Untersuchung ermöglicht haben. Das Polonium war auf einem Platinblech von $2{,}7 \times 1{,}3$ cm² Fläche niedergeschlagen und erzeugte auf der einen Seite anfangs einen Gesamtstrom von etwa 17 elektrostat. Einh. pro cm² Oberfläche.

Die Ionisationskammer war aus 2 mm starkem Aluminiumblech hergestellt; die isolierte Elektrode war kreisförmig (16 mm Durchmesser) und von einem Schutzring umgeben. Dieser war sehr breit (9,5 cm äußerer Durchmesser) und der Spalt zwischen Elektrode und Schutzring sehr eng (etwa 0,1 mm); auf diese Weise wurde auch für größere Elektrodenabstände die Homogenität des Feldes aufrecht erhalten. Der isolierten Elektrode gegenüber befand sich in der zweiten Platte ein kreisförmiges Loch von gleichem Durchmesser wie jene; über das Loch war eine dünne Aluminiumfolie (0,0033 mm stark, also 5,8 mm Luft äquivalent) geklebt. Durch diese Folie drangen die α-Strahlen in die Ionisationskammer. In festem Abstand von der unteren Elektrode befanden sich das kanalisierende Sieb und das Poloniumblech. Die ganze Ionisationskammer war natürlich metallisch geschirmt; der Abstand der oberen Elektrode von der unteren konnte mittels einer Mikrometerschraube verstellt werden.

Zur Kanalisierung der Strahlen kamen drei verschiedene Siebe zur Verwendung; sie bestanden aus Messingklötzen von 1 cm Stärke. Das erste hatte 20 Bohrungen von 2 mm Durchmesser, das zweite 63 Bohrungen von 1 mm Durchmesser, und das feinste 100 Bohrungen von 0,5 mm Durchmesser. Auf die Parallelität der Bohrlöcher war bei der Herstellung besondere Sorgfalt verwandt worden; das feinste Sieb bestand aus 10 zusammengelöteten Platten, die einzeln in der gleichen Form gebohrt waren; das mittlere aus 5 ebensolchen Platten.

Bei dem gröbsten Sieb betrug der wahrscheinlichste Winkel der durchgelassenen Strahlen, wie bei Moulin[1]), etwa 5°, bei dem mittleren etwa die Hälfte, bei dem feinsten etwa ein Viertel davon.

Die auftretenden Ströme wurden mit Hilfe eines Piezoquarzapparates kompensiert. Für jedes Potential wurden mindestens je fünf Beobachtungen bei jeder Stromrichtung ausgeführt, und es wurden stets gleich viele Potentialpunkte mit steigendem und mit abnehmendem Potential aufgenommen. Jede im folgenden mitgeteilte Versuchsreihe ist das Mittel von mindestens zwei an verschiedenen Tagen unabhängig voneinander ausgeführten Reihen. Um dem Abfall des Poloniumpräparats Rechnung zu tragen, sind alle Versuche auf einen gemeinsamen Zeitpunkt umgerechnet. Die so korrigierten Beobachtungen verschiedener Reihen stimmen in fast allen Fällen auf weniger als 1 Proz. überein, nur bei den schwächsten Strömen ist der Fehler etwas größer.

Tabelle I enthält die Versuche bei 10 mm Elektrodenabstand, Tabelle II diejenigen bei 4 mm, und Tabelle III diejenigen bei 2 mm Elektrodenabstand. Das engste Sieb ließ sich nur bei dem größten Elektrodenabstand verwenden, weil bei kleinerem Abstande die Ströme zu klein ausgefallen wären. In den gleichen Tabellen sind die Versuchsergebnisse in der Weise mit der Theorie verglichen, daß zu jedem Punkte der Sättigungswert auf Grund der theoretischen Formel berechnet und eingetragen worden ist.

Die Formel, welche für parallelen Verlauf von Feld und Kolonnen in Betracht kommt, lautet[2]):

$$\frac{i}{i_\infty} = \frac{u}{2D} X \frac{b^2}{d} y_1 e^{-y_1} (li\, e^{y_2} - li\, e^{y_1}); \quad (2)$$

dabei ist

$$li\, e^x = \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-u}}{u}\, du \quad (3)$$

1) G. Jaffé, loc. cit., S. 326.
2) F. E. Wheelock, Amer. Journ. of Science 30, 253, 1910.

1) Vgl. M. Moulin, Thèses, S. 82.
2) G. Jaffé, loc. cit., S. 317 und 318.

Tabelle I.

10 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	½-mm-Sieb i beob.	½-mm-Sieb i_∞ ber.	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
20	0,1792	0,265	1,281	1,897	8,66	12,81
50	0,1873	0,263	1,350	1,892	9,24	12,93
100	0,1973	0,265	1,426	1,914	9,78	13,13
200	0,207	0,266	1,482	1,907	10,28	13,20
600	0,2205	0,264	1,607	1,919	11,01	13,16
1000	0,2284	0,266	1,632	1,900	11,22	13,08
Mittelwert von i_∞		0,265		1,905		13,05

Tabelle II.

4 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
25	0,512	0,692	3,35	4,53
50	0,539	0,700	3,53	4,58
100	0,561	0,696	3,68	4,56
200	0,584	0,698	3,82	4,57
600	0,616	0,692	3,97	4,45
1000	0,642	0,700	4,04	4,41
1750	0,652	0,695	4,11	4,38
2500	0,660	0,695	4,16	4,38
Mittelwert von i_∞		0,696		

Tabelle III.

2 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
50	0,278	0,344	1,726	2,14
100	0,288	0,343	1,821	2,17
200	0,301	0,344	1,875	2,14
600	0,317	0,343	1,909	2,07
1000	0,325	0,345	1,964	2,08
1750	0,331	0,344	1,972	2,05
2500	0,335	0,345	1,978	2,04
5000	0,338	0,343	1,987	2,02
Mittelwert von i_∞		0,344		

der Integrallogarithmus, und es ist weiter:

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{d}{2uX}, \\ y_1 &= \frac{8\pi D}{\alpha N_0}, \\ y_2 &= \frac{8\pi D}{\alpha N_0} + \lg\frac{4DT+b^2}{b^2}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Dabei bedeutet α den Wiedervereinigungskoeffizienten, u die mittlere Beweglichkeit, D den mittleren Diffusionskoeffizienten der beiden Ionenarten, d den Elektrodenabstand, X das elektrische Feld und N_0 die „lineare Ionisationsdichte" in einer Kolonne, d. h. die Zahl der pro cm Bahn eines α-Teilchens erzeugten Ionenpaare. Der Kolonnenparameter b hat die Bedeutung, welche aus (1) hervorgeht, d. h. $\overline{r_0} = b\sqrt{\frac{\pi}{4}}$ ist der mittlere Abstand der Ionen von der Kolonnenachse im Anfangszustand.

Für die Auswertung des Integrallogarithmus stehen Tabellen zur Verfügung[1]); ist aber $\frac{8\pi D}{\alpha N_0}$ größer als etwa 10, wie das bei Luft von Atmosphärendruck der Fall ist, so kann man für $li\,e^x$ die semikonvergente Reihe

$$li\,e^x = \frac{e^x}{x}\left(1 + \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} + \frac{3!}{x^3} + \cdots\right) \quad (5)$$

benutzen, und erhält dann

$$\frac{i}{i_\infty} = \frac{u}{2D}X\frac{b^2}{d}\,y_1\left\{\frac{4DT+b^2}{b^2}\frac{1}{y_2}\left(1 + \frac{1!}{y_2} + \frac{2!}{y_2^2} + \cdots\right) - \frac{1}{y_1}\left(1 + \frac{1!}{y_1} + \frac{2!}{y_1^2} + \cdots\right)\right\}. \quad (6)$$

Nach (2) ist $\frac{i}{i_\infty}$, wenn alle übrigen Parameter konstant gehalten werden, nur Funktion von $\frac{X}{d}$, d. h. für ein und dasselbe Gas bei konstantem Druck ergeben sich die Charakteristiken für verschiedene Elektrodenabstände, indem man die Ordinaten $\frac{i}{i_\infty}$ konstant läßt, und die Abszissen X im Verhältnis der Abstände variiert. Das gilt aber nur, solange N_0 als konstant angesehen werden darf, was im allgemeinen nicht der Fall ist.

Die numerischen Werte, welche zur Berechnung von i_∞ aus den beobachteten Werten von i verwendet wurden, sind folgende:

1) E. Jahnke und F. Emde, Funktionentafeln. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1909, S. 19

$\alpha = 3420 \cdot \varepsilon$, wo $\varepsilon = 4{,}65 \cdot 10^{-10}$ die Elementarladung bedeutet; $u = 1{,}66$; $D = 0{,}0347$. Für b wurde der Wert eingesetzt, welcher früher aus den Versuchen von Moulin — bei normaler Richtung des Feldes zu den Kolonnen — bestimmt worden ist, d. h. $b = 1{,}79 \cdot 10^{-3}$. Bei Berechnung der Moulinschen Versuche war — bei einer Ionisationskammer von 4 mm Tiefe und 2,3 cm Abstand des Poloniumpräparats von ihrer Mitte — $N_0 = 4.9 \cdot 10^4$ gesetzt worden. Bei den vorliegenden Versuchen betrug der Abstand des Poloniumpräparats von der Ionisationskammer 1,94 cm (unter Mitrechnung des Luftäquivalents der abschließenden Aluminiumfolie); für diesen Abstand ergibt sich auf Grund der von Moulin gegebenen Bragg-Kurven[1]) der Wert $N_0 = 4{,}3 \cdot 10^4$ bei 2 mm Elektrodenabstand. Dieser Wert wurde der Berechnung zugrunde gelegt, und die Werte für die anderen Abstände durch besondere Versuche, die weiter unten Erwähnung finden werden, relativ dazu bestimmt. Es ergab sich so $N_0 = 4{,}425 \cdot 10^4$ für $d = 4$ mm und $N_0 = 4{,}86 \cdot 10^4$ für $d = 10$ mm.

Ist nun die zugrunde gelegte Theorie richtig, so müssen die auf die angegebene Weise aus verschiedenen i-Werten berechneten Sättigungsstromwerte i_∞ konstant sein. Es zeigt sich nun, daß dieses für die Versuche mit den beiden engen Sieben innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit der Fall ist, daß sich dagegen für das weiteste Sieb beträchtliche Abweichungen ergeben.

Bei dem Elektrodenabstand von 10 mm ist die Überlegenheit der mit besser kanalisierten Strahlen ausgeführten Versuche noch nicht so überzeugend, weil hier nur bis zu einem Felde von 1000 Volt/cm beobachtet werden konnte. Bei den beiden anderen Abständen zeigen aber die i_∞-Werte für das weite Sieb einen deutlich ausgeprägten Gang, und zwar in dem Sinne, wie er zu erwarten ist. Denn die Beimengung von Strahlen, die gegen das Feld merkliche Neigung haben, bewirkt, daß Sättigung zu früh eintritt, und daß dann die beobachteten Stromwerte nicht mehr so stark mit dem Felde zunehmen, wie es die Formel verlangt, und wie es die Versuche bei besserer Kanalisierung der Strahlen auch zeigen.

Wenn die Strahlen dem Felde möglichst genau parallel sind, ist also vollständige Sättigung noch schwieriger zu erreichen, als die Versuche von Moulin, Wheelock u. a. vermuten ließen. Die mitgeteilten Versuchsergebnisse zeigen selbst bei dem kleinsten Abstand von 2 mm eine deutliche Zunahme der Stromwerte bis zu 5000 Volt/cm, und nach der theoretischen Formel fehlen bei diesem Werte noch immer $1^1/_2$ Proz. an der vollständigen Sättigung, bei 4 mm Elektrodenabstand ist schon ein doppelt so starkes Feld erforderlich, um den gleichen Sättigungsbetrag zu erreichen (konstantes N_0 vorausgesetzt).

Wheelock hat ebenfalls einen Einfluß geringer Neigung der Kolonnen gegen das Feld vermutet und darum Versuche angestellt, bei denen sich die Strahlungsquelle im Zentrum eines aus Kugelschalen bestehenden Kondensators befand. Es gelang ihm aber nicht, auf diese Weise einen merklichen Unterschied gegen seine sonstigen Versuche, bei denen die Kanalisierung der Strahlen nicht sehr vollkommen war, festzustellen. Auf Grund der hier vorliegenden Versuche ist es möglich, dieses negative Resultat zu deuten. Wheelock hat nämlich seine Versuche nur bis zu Feldern von etwa 1300 Volt/cm ausgedehnt, und in diesem Bereiche ist ein Einfluß der Kanalisierung — wie alle Versuchsreihen der Tabellen I bis III zeigen — noch nicht mit Sicherheit festzustellen. Die Versuche von Wheelock können also nicht als Beweis gegen die hier vertretene Theorie angeführt werden, so wenig wie die Betrachtungen, die sich an eine von ihm aufgestellte Formel knüpfen; denn diese läßt die Diffusion der Ionen unberücksichtigt.

Es verdient vielleicht noch besonders hervorgehoben zu werden, daß für die Berechnung der i_∞-Werte keine einzige Konstante aus den hier mitgeteilten Versuchen abgeleitet worden ist, daß vielmehr alle benutzten Konstanten — auch der Kolonnenparameter b — auf Grund anderweitiger Versuche bekannt waren.

Mit Hilfe der berechneten Sättigungswerte sind aus den Versuchen mit dem 1-mm-Sieb die Werte von $\frac{i}{i_\infty}$ abgeleitet und in Fig. 1 in die theoretischen Kurven eingetragen. Wenn nun auch die Übereinstimmung von Theorie und Experiment sehr befriedigend ist, so schien es doch wünschenswert, durch direkte Versuche zu prüfen, ob die wahren Sättigungswerte so hoch liegen, wie es die Berechnungen für die größeren Plattenabstände verlangen. Da es nicht angängig war, diese Prüfung durch weitere Steigerung des Potentials auszuführen, wurde der Weg eingeschlagen, die Sättigungswerte für die größeren Plattenabstände stückweise — durch Summation — festzustellen. Zu diesem Zwecke wurde die untere Elektrode in 2 mm Abstand von der oberen durch kleine isolierende, planparallele Platten am Schutzring befestigt; so konnte durch Verstellen der oberen Platte mittels der Mikrometerschraube eine Ionisationskammer von 2 mm Tiefe durch das ganze benutzte Intervall ge-

1) M. Moulin, loc. cit.

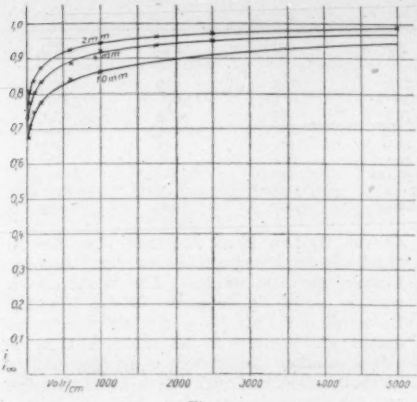


Fig. 1.

führt, und an jeder Stelle die lineare Ionisationsdichte gemessen werden. Das ist dasselbe Verfahren, wie es Bragg bei Aufnahme seiner Ionisierungskurven benutzt hat, nur daß hier die Strahlungsquelle fest und die Kammer beweglich war.

Da für diese Versuche möglichst vollständige Sättigung der gemessenen Ströme und zugleich Steigerung der Meßgenauigkeit durch Vergrößerung derselben wünschenswert war, wurde das 2-mm-Sieb verwendet und ein Potential von 1000 Volt/cm. Aus der Tabelle III geht hervor, daß unter diesen Umständen die Ströme noch etwas mehr als 1 Proz. von vollständiger Sättigung entfernt sind; aber die so gewonnenen Zahlen dürfen ohne Bedenken als den wahren Sättigungsströmen proportional gesetzt werden, denn der Öffnungskegel der Strahlen ist bei allen Abständen der gleiche, und die unbeträchtliche Änderung der linearen Ionisationsdichte kann nur einige Prozent Fehler auf den „Mangel an Sättigung" bewirken. Die Ströme wurden in fünf Stellungen, die je 2 mm Verschiebung entsprachen, gemessen, und durch Addition zweier oder mehrerer dieser Stromwerte erhielt man dann Zahlen, welche den wahren Sättigungswerten für größere Elektrodenabstände proportional sind. Die so gewonnenen Werte sind unter I in Tabelle IV vermerkt; dividiert man die Zahlen I durch den jeweiligen Abstand und multipliziert sie mit einem solchen Faktor, daß die kleinste $4{,}3 \cdot 10^4$ wird, so erhält man die Werte für N_0 als Funktion des Elektrodenabstands, die in der Tabelle IV vermerkt sind, und von denen oben schon Gebrauch gemacht wurde.

Mit den auf die angegebene Weise bestimmten Zahlen I wurden nun die theoretischen Sättigungswerte verglichen, welche aus Messungen mit gut kanalisierten Strahlen bei variablem Elektrodenabstand ermittelt sind. Es wurde also eine zweite Serie von Versuchen angestellt, bei welcher mit der ursprünglichen Anordnung des Meßkondensators und dem 1-mm-Sieb, bei Elektrodenabständen von 2 bis 10 mm, der Strom für das konstante Feld von 1000 Volt/cm bestimmt wurde. Die so gemessenen Stromwerte — und zwar die Mittelwerte von vier unabhängigen Reihen — sind unter i_{1000} in Tabelle IV vermerkt. Aus diesen Werten sind nun mit Hilfe der theoretischen Quotienten $\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ die Werte i_∞ ermittelt. Ist die zugrunde gelegte Theorie richtig, und zeigen insbesondere die Quotienten $\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ die verhältnismäßig starke Abhängigkeit vom Elektrodenabstand, welche die Theorie verlangt, so müssen die Zahlen I und i_∞ einander proportional sein. Das ist nun in der Tat, wie die letzte Kolonne der Tabelle IV zeigt, mit großer Genauigkeit der Fall.

Im folgenden soll nun noch die Richtigkeit der Theorie an Versuchen geprüft werden, die Ogden[1]) neuerdings mitgeteilt hat. Diese beziehen sich auch auf den Fall der Parallelität von Feld und Kolonnen; sie sind an verschiedenen Gasen ausgeführt, und zwar mit α-Strahlen (des Radiums und seiner Produkte), die in gleicher Weise kanalisiert waren, wie bei dem 1-mm-Sieb des Verfassers. Ogden kommt zu dem Schluß, daß die quantitativen Unter-

Tabelle IV.

Elektrodenabstand	I beob. Elektst.E. 10^{-3}	N_0	$\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ theoret.	i_{1000} beob. Elektrost. Einh. 10^{-3}	i_∞ ber.	$\frac{i_\infty}{I}$
2 mm	2,10	$4{,}30 \cdot 10^4$	0,943	0,340	0,361	0,1719
4 „	4,32	$4{,}425 \cdot 10^4$	0,916	0,680	0,742	0,1718
6 „	6,67	$4{,}46 \cdot 10^4$	0,894	1,025	1,147	0,1720
8 „	9,16	$4{,}69 \cdot 10^4$	0,879	1,384	1,576	0,1721
10 „	11,85	$4{,}86 \cdot 10^4$	0,859	1,793	2,041	0,1722

1) H. Ogden, Phil. Mag. **26**, 991, 1913.

Tabelle V.

Gas	Luft	O_2	H_2	CO	CO_2	SO_2
Druck in Millimetern	750	756	718	733	750	761
α	$3420 \cdot \varepsilon$	$3500 \cdot \varepsilon$	$2830 \cdot \varepsilon$	$1740 \cdot \varepsilon$	$3500 \cdot \varepsilon$	$3380 \cdot \varepsilon$
u	1,66	1,58	7,75	1,165	0,83	0,425
D	0,0347	0,0325	0,165	[0,0307]	0,0245	[0,0112]
Bremsvermögen	100	106	24,3	98	147	218
Totalionisation	100	110	100	102	108	137
N_0	$4,0 \cdot 10^4$	$4,7 \cdot 10^4$	$0,93 \cdot 10^4$	$3,91 \cdot 10^4$	$6,35 \cdot 10^4$	$12,1 \cdot 10^4$
b	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,674 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$0,81 \cdot 10^{-3}$
i_∞	1,053	1,042	1,00	1,047	1,173	1,93

schiede bei verschiedenen Gasen nicht durch die Kolonnentheorie erklärt werden können. Allerdings gründet sich dieser Schluß im wesentlichen auf einen Vergleich der Versuchsergebnisse mit der unvollständigen Wheelockschen Formel. Es soll nun im folgenden gezeigt werden, daß die Ogdenschen Beobachtungen bei verschiedenen Gasen in völlig befriedigender Weise durch die Formel (2) wiedergegeben werden, soweit wenigstens die in Betracht kommenden Konstanten ausreichend bekannt sind.

Zunächst ist zu bemerken, daß — wie die Berechnung zeigt — der wahre Sättigungswert von Ogden außer bei Wasserstoff in keinem Falle erreicht wurde (das höchste von ihm benutzte Feld betrug 3050 Volt/cm). Demgemäß sind die Ogdenschen, aus seinen Figuren 2 und 2 A entnommenen Zahlen, noch durch einen Faktor zu dividieren, der bei jedem Gas einen anderen Wert hat. Diese Faktoren i_∞, die demnach angeben, um wieviel der wahre Sättigungswert höher liegt, als der größte von Ogden beobachtete Wert, sind in Tabelle V vermerkt, zusammen mit den sonstigen zur Berechnung benutzten Konstanten.

Über die Herkunft dieser Konstanten ist noch folgendes zu bemerken: Die Rekombinationskoeffizienten für CO und SO_2 sind aus den neuesten Beobachtungen von Thirkill[1]) für die betreffenden Drucke interpoliert; für Sauerstoff ist $\alpha = 3500 \cdot \varepsilon$ angenommen. Die Werte für die Beweglichkeiten u und die Diffusionskoeffizienten D sind den Zusammenstellungen im Rutherfordschen Lehrbuch[2]) entnommen, nur die Diffusionskoeffizienten von CO und SO_2, die noch nicht gemessen sind, wurden aus den Beweglichkeiten mit Hilfe der Townsendschen Relation abgeleitet. Die Zahlen für das Bremsvermögen und die Totalionisation stammen aus der Zusammenstellung bei Moulin[3]).

Die Werte für die lineare Ionisationsdichte N_0 sind mit erheblicher Unsicherheit behaftet, da von Ogden keine Angaben über den Abstand der Strahlungsquelle von der Ionisationskammer gemacht werden. Die Werte von N_0 wurden darum in folgender Weise festgelegt: Es wurde für Luft $N_0 = 4{,}0 \cdot 10^4$ gesetzt und daraus die Werte für die anderen Gase abgeleitet, indem angenommen wurde, daß sie proportional dem Druck, dem Bremsvermögen und der Totalionisation seien. Diese Festsetzung entspricht der Annahme, daß für alle Gase an der homologen Stelle des Bereichs der α-Strahlen beobachtet worden ist. Das braucht nun keineswegs der Fall gewesen zu sein; aber es muß hervorgehoben werden, daß selbst relativ bedeutende Änderungen von N_0 zwar die Absolutwerte von $\frac{i}{i_\infty}$ ändern, ihre Relativwerte aber nur wenig beeinflussen; für Luft bewirkt z. B. eine Änderung von etwa 20 Proz. in N_0 nur eine Änderung von 1,5 Proz. im Verhältnis der Stromwerte für 1500 Volt/cm und 100 Volt/cm. d. h. in dem bei Ogden maßgebenden Feldbereich. Wenn also bei den verschiedenen Gasen Fehler in der Schätzung von N_0 gemacht sind, so würde das im wesentlichen nur den Wert von i_∞, nicht aber die Übereinstimmung der theoretischen Kurven mit den experimentellen Ergebnissen beeinflussen.

Die Kolonnenparameter b sind aus dem für Luft gültigen Werte abgeleitet unter Benutzung der früher vom Verfasser gefundenen Beziehung, daß b dem Druck umgekehrt proportional und in verschiedenen Medien der Reichweite der α-Strahlen direkt proportional, d. h. in Gasen dem Bremsvermögen umgekehrt proportional ist[1]).

Die mit Hilfe der Konstanten der Tabelle V berechneten Kurven sind in Fig. 2 gezeichnet, und die Ogdenschen Beobachtungen (nach Division mit dem betreffenden i_∞) eingetragen. Die Übereinstimmung ist so gut, wie sie in Anbetracht der Unsicherheit der Daten zu erwarten ist. Es wäre natürlich möglich gewesen, die Übereinstimmung noch weiter zu verbessern, wenn für jedes Gas N_0 oder b,

1) Thirkill, Proc. Roy. Soc. 88, 488, 1913.
2) E. Rutherford, Radioactive Substances, S. 44 u. 54. Cambridge 1913.
3) M. Moulin, Thèse, S. 16.

1) G. Jaffé, loc. cit., S. 340.

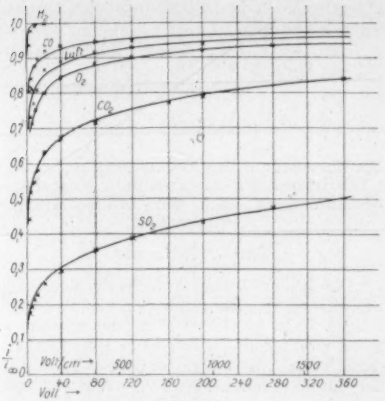


Fig. 2.

oder beide Größen passend gewählt worden wären; aber es wurde gerade Wert darauf gelegt, die theoretischen Kurven auf Grund anderweitig bekannter Daten voraus zu berechnen. Genau wie oben bei den Versuchen des Verfassers sind die Ogdenschen Versuche selbst nur zur Bestimmung von i_∞, nicht aber zur Berechnung der $\frac{i}{i_\infty}$-Kurven herangezogen worden.

Es zeigt sich nun, daß die theoretische Formel nicht nur die großen quantitativen Unterschiede vom Wasserstoff bis zum Schwefeldioxyd richtig wiedergibt, sondern daß diese Unterschiede sogar noch größer sind, als die Ogdenschen Zahlen vermuten lassen, da i_∞ natürlich um so größer ist, je weniger das benutzte Maximalpotential zur vollständigen Sättigung ausreichend war. Schon Moulin hatte festgestellt, daß bei Kohlensäure für seine weniger gut kanalisierten Strahlen Felder von 8000 bis 10000 Volt/cm zur vollständigen Sättigung erforderlich wären. Beim Schwefeldioxyd nähern sich dann die Verhältnisse denjenigen, wie sie der Verfasser in seiner früheren Arbeit für Luft bei sehr hohen Drucken, oder für Flüssigkeiten charakterisiert hat.

Im einzelnen ist noch folgendes zu bemerken: Bei Wasserstoff ist die Größenordnung des Effekts zwar richtig durch die Formel (2) wiedergegeben, aber die theoretische Kurve liegt merklich über der experimentellen. Hier spielt offenbar — bei der großen Beweglichkeit der Ionen — die Diffusion an die Elektroden eine Rolle. In der Tat: berechnet man die Charakteristik nach der Langevinschen Formel, die homogene Ionisation voraussetzt und nur Diffusion berücksichtigt[1]), so liegt diese Charakteristik bereits unter derjenigen, welche nach Formel (2) berechnet ist. Für so kleine Plattenabstände, wie sie Ogden benutzt hat (2,1 mm), spielt also bei Wasserstoff die Kolonnenstruktur überhaupt keine entscheidende Rolle mehr, sondern die Stromkurve ist im wesentlichen durch Diffusion an die Elektroden bedingt. Demgemäß hat auch Moulin keinen Einfluß der Kolonnenorientierung bei Wasserstoff feststellen können.

Bei Kohlenoxyd scheinen in der gezeichneten Figur systematische Abweichungen vorzuliegen. Nun erwähnt aber Ogden Versuche, nach denen die Form der Kurve gerade bei CO sehr stark von der Trockenheit des Gases abzuhängen scheint; von den beiden Versuchsreihen, die S. 999 mitgeteilt werden, weicht die eine genau so viel im einen Sinne von der theoretischen Kurve ab, wie die andere im entgegengesetzten Sinne. Es scheint also, daß bei CO die Ionenkonstanten sehr vom Feuchtigkeitsgehalt des Gases abhängen, und daß die für die Berechnung der theoretischen Kurve benutzten Werte einen gewissen mittleren Wert repräsentieren.

Bei Luft sind die Abweichungen am beträchtlichsten; aber gerade bei Luft sind die Verhältnisse durch die oben mitgeteilten Versuche des Verfassers genügend geklärt. Die Ogdenschen Versuche können möglicherweise größere Fehler enthalten, weil die Kurven noch für die β-Strahlwirkung des Radiums korrigiert werden mußten. Bei O_2, CO_2 und SO_2 ist die Übereinstimmung sehr befriedigend.

Ammoniak, an dem Ogden ebenfalls Messungen ausgeführt hat, ist nicht mit aufgenommen, weil der Wiedervereinigungskoeffizient nicht bekannt ist; der Verfasser muß aber Ogden darin beistimmen, daß die Sättigung in Ammoniak auffallend schlecht ist. α müßte etwa 6—7000 betragen, d. h. so groß sein, wie es die Langevinsche Relation überhaupt nur zuläßt (oder b auffallend klein sein?), um eine leidliche Übereinstimmung der Messungen mit der Formel zu ergeben. Bis α direkt gemessen ist, muß also dahingestellt bleiben, ob etwa bei Ammoniak besondere Verhältnisse vorliegen.

Bei allen anderen untersuchten Gasen wird aber das Verhalten in quantitativer Weise durch die in Tabelle V aufgeführten Konstanten geregelt. Betrachtet man nun die Formeln (2) und (4) daraufhin, welche Konstanten das individuelle Verhalten eines Mediums charakterisieren,

1) P. Langevin, Le Radium **10**, 113, 1913. Wäre die absolute Stromstärke bei Ogden angegeben, so ließe sich der reduzierte Plattenabstand δ bestimmen (s. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**, 249, 1914) und danach der relative Einfluß von Diffusion und Wiedervereinigung abschätzen; aber letztere ist fraglos zu vernachlässigen.

so spielt zunächst die Reichweite der α-Strahlen die wichtigste Rolle, da sie sowohl den Kolonnenparameter b, wie die lineare Ionisationsdichte N_0 bestimmt. (Die Totalionisation variiert nur in verhältnismäßig engen Grenzen.) Außerdem treten die Konstanten nur in der Kombination $\frac{u}{D}$ und $\frac{a}{D}$ auf; nun ist $\frac{u}{D}$ bei konstanter Temperatur konstant, und $\frac{a}{D}$ unter der gleichen Voraussetzung proportional der Langevinschen Zahl. Diese ist also außer der Reichweite (und der Totalionisation) allein maßgebend für die Sättigungskurve eines Mediums bei Ionisierung mit α-Strahlen. Die Werte der Langevinschen Zahl für Wasserstoff, Kohlenoxyd, Luft, Sauerstoff, Kohlensäure und Schwefeldioxyd sind nun bez.: 0,049, 0,21, 0,27, 0,29, 0,51, etwa 1,0; die Reihenfolge der Gase ist also genau dieselbe, wie in ihrem Verhalten bezüglich der Sättigung. So ist vermutlich die Feststellung von Ogden zu interpretieren, daß ein Gas um so stärkere „anfängliche Wiedervereinigung" zeigt, je näher es seinem Siedepunkte ist. Das Primäre ist der Zusammenhang zwischen der Langevinschen Zahl und der Theorie der Kolonnen, sekundär ergibt sich die nicht ganz überraschende Beziehung, daß die Langevinsche Zahl um so näher bei 1 liegt, je näher ein Gas dem Flüssigkeitszustande ist. Eine Veranlassung, die Existenz besonderer, schwer beweglicher Ionen anzunehmen, liegt aber — außer bei feuchten Gasen — nicht vor[1]).

Zusammenfassend kann man sagen: Die vom Verfasser früher aufgestellte Theorie der Ionisation in Kolonnen gibt die Beobachtungen auch für den Fall quantitativ wieder, daß Feld und Kolonnen möglichst genau parallel sind. Dieses wurde an eigenen Versuchen des Verfassers mit Luft bei verschiedenem Elektrodenabstande, und an Versuchen von Ogden mit verschiedenen anderen Gasen nachgewiesen.

Die früher vom Verfasser aufgestellte Beziehung, daß der Kolonnenparameter in verschiedenen Medien der Reichweite der α-Strahlen proportional ist, bestätigt sich an den Ogdenschen Messungen.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, Februar 1914.

(Eingegangen 6. März 1914.)

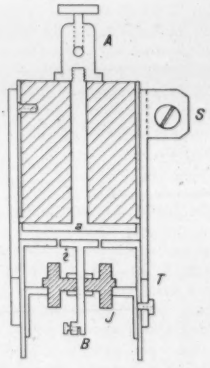
1) Ogden hat noch Versuche mit Kohlensäure und Wasserstoff bei variablem Druck ausgeführt. Berücksichtigt man die Abhängigkeit der Parameter vom Druck, wie das Verfasser schon früher (l. c., S. 336) für Luft gezeigt hat, so werden die Ogdenschen Versuche an Kohlensäure in befriedigender Weise durch Formel (2) wiedergegeben, wenigstens abwärts bis zu dem Druck von 22 cm H_g, für noch kleinere Drucke greift vermutlich — wie bei den Versuchen mit Wasserstoff — Diffusion an die Elektroden störend ein. Der Verf. hat schon in der früheren Arbeit betont, daß Versuche mit zunehmendem Druck geeigneter zur Prüfung der Theorie sind. Die von Ogden auf Grund der Wheelockschen Formel vermutete Beziehung bei verschiedenen Drucken ist nach (2) nicht zu erwarten.

Die Verwendung des Thomsonschen Schutzringkondensators zu absoluten Kapazitätsbestimmungen nach der Influenzierungsmethode.

Von G. Hoffmann.

Die sich oft bietende Aufgabe der Kapazitätsbestimmung von elektrostatischen Versuchsanordnungen findet in vielen Fällen und namentlich, wenn es sich um relativ geringe Gesamtkapazitäten handelt, wohl ihre bequemste Lösung in der Influenzierungsmethode[1]). Wünscht man die Anordnung möglichst wenig durch Zusatzkapazität zu belasten, so ist die Benutzung des einfachen Drahtes nach Art des Zylinderkondensators zu empfehlen[2]). Der Absolutwert wird aber hier leicht um einige Prozente fehlerhaft sein, die durch ungenügende Zentrierung des Drahtes usw. bedingt sind. Der Schutzringkondensator als Influenzierungsvorrichtung läßt sich dagegen mechanisch leicht so exakt herstellen, daß die Berechnung des Influenzierungskoeffizienten aus den Dimensionen des Apparats mit einem unter einem Prozent liegenden Fehler erfolgen kann.

Der Anschluß der Apparatur erfolgt (siehe die Schnittzeichnung) bei der Klemme B; die



1) F. Harms, diese Zeitschr. **5**, 47, 1904.
2) G. Hoffmann, Ann. d. Phys. **42**, 1196, 1913.

Influenzierungsspannungen werden bei A angelegt. Der mechanische Aufbau ist auf die Benutzung von Messingpräzisionsrohr gestellt. Zunächst wird das durch den Bernstein J isolierte zentrale Tischchen (i) so justiert, daß es mit dem umgebenden Ring in genau einer Ebene liegt. Die Regulierung des Abstands der Gegenplatte (a) von i geschieht mit Hilfe eines zwischengelegten Paßringes. Die Gegenplatte wird in ihrer Lage durch die Klemmung S fixiert und der Paßring dann entfernt. Hierzu ist das äußerste Rohr bei T mit genauem Auflager geteilt. Die Übereinstimmung der Beobachtungen zeigt, daß auf diese Weise die Regulierung des Abstands der Kondensatorflächen bis auf $^1/_{100}$ mm genau bewirkt wird.

Bezieht sich der Index i auf das Tischchen und die mit ihm verbundenen Leiterteile, a auf die Gegenplatte, o auf die äußeren Metallteile, und bezeichnet e die Ladung, V die Potentiale, C die Kapazitätskoeffizienten, so ist

$$e_i = C_{ii}V_i + C_{io}V_o + C_{ia}V_a .$$

In dieser Gleichung läßt sich nun C_{ia} aus den Dimensionen heraus bestimmen. C_{ia} bedeutet die auf i befindliche Ladung, falls a das Potential 1 und alle übrigen Teile das Potential o besitzen. Die genaue Formel für diese Ladung unter Berücksichtigung der Wirkung des Spaltes zwischen Tischchen und Ring ist bekannt. V_o kann ständig gleich null gesetzt werden; i wird während der Messung isoliert, so daß e_i konstant ist. Eine Änderung von V_a um den Betrag V_a^* wirkt dann so, als ob auf den Körper i die Ladung $-C_{ia}V_a^*$ aufgebracht wäre.

Die absolute Eichung der angeschlossenen Apparatur, Elektrometer usw. auf Ladungen erfordert also nur, daß an A verschiedene Potentiale in gemessener Abstufung angelegt werden; sie ist also nicht wesentlich komplizierter als die auf Spannungen.

Ist das Elektrometer auch noch auf Potentiale geeicht, und bewirkt eine Potentialveränderung V_a^* hier die Änderung V_i^*, so gibt der Bruch $-\frac{V_a^*}{V_i^*} C_{ia} = C_{ii}$ die „wirksame" Kapazität[1]).

1) Es wäre sehr erfreulich, wenn diese in der Ausführung so einfachen Influenzierungsmessungen dazu führten, daß die Angabe von Elektrometerkapazitäten auf die für die Benutzung allein maßgebende „wirksame" Kapazität bezogen würden. Aus der Angabe Herrn C. Müllys (Über Elektrometer von hoher Empfindlichkeit, diese Zeitschr. **14**, 237, 1913): Kapazität der Kleinheit entsprechend, 1—2 cm könnte man z. B. in Verbindung mit der Angabe 1 Volt = 40000 mm auf eine Ladungsempfindlichkeit von 1 Volt cm = 20000 mm schließen, während sich aus den angegebenen Dimensionen und Hilfsspannungen berechnen läßt, daß die maximale Ladungsempfindlichkeit höchstens einige Prozente davon betragen hat (vgl. Hoffmann, Ann. d. Phys. **42**, 1218, 1913).

Die Eigenkapazität des Hilfsapparats in den unten angegebenen Dimensionen ist auf etwa 2 cm — wovon etwa 1 cm auf den zwischen Tischchen und Ring liegenden Spalt entfällt — zu schätzen und ist in den Wert von C_{ii} eingeschlossen; der Apparat muß also dauernd in die Meßanordnung eingeschaltet bleiben, doch bildet er in den meisten Fällen keine störende Kapazitätsvergrößerung. Es liegt ferner nahe, diesen Apparat zur Kompensation von Ladungen zu benutzen.

Im speziellen Falle war:

Durchmesser des Tischchens . = 1,00 cm,
Breite des Spaltes . . . . . = 0,05 „ ,
Abstand der Platten . . . . . = 0,204 „ .

Hieraus berechnet[1]) sich $C_{ia} = 0{,}338$ cm.

1) Formeln siehe z. B. Kohlrausch, Prakt. Physik

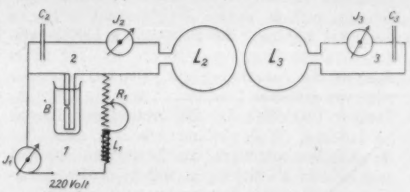
Königsberg, Physik. Institut, Februar 1914.

(Eingegangen 22. Februar 1914.)

Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten.

Von The Svedberg.

Als ich vor etwa anderthalb Jahren mit einer physikalisch-chemischen Untersuchung beschäftigt war, bei der Wechselströme hoher Frequenz zur Verwendung gelangten, kam ich gelegentlich einiger Versuche mit der Poulsen-Lampe darauf, zu prüfen, ob nicht die Wasserstoff- oder Alkoholdampfatmosphäre derselben durch eine Flüssigkeit ersetzt werden könnte. Es zeigte sich in der Tat, daß dies der Fall ist. Die von mir verwendete Versuchsanordnung ist in der beistehenden Figur schematisch wiedergegeben.



Der Bogen B brennt in vertikaler Stellung in einem Becherglas mit Flüssigkeit. Die Elektroden sind in ein geeignetes Funkenmikrometer[1]) eingesetzt, so daß die Bogenlänge genau eingestellt und konstant gehalten werden kann.

1) Nova acta reg. soc. sc. Upsaliensis (4) **2**, Nr. 1, 21, 1907.

Bei den meisten Versuchen betrug dieselbe 0,06 mm.

Die Kapazitäten, Selbstinduktionen, Ohmschen Widerstände und Stromstärken in den drei Schwingungskreisen 1, 2 und 3 waren:

C_1 = sehr klein; L_1 = sehr groß;
$R_1 > 200\ \Omega$; I_1 bis 0,7 Amp.;
$C_2 = 8 \cdot 10^{-10}$ Farad; $L_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Henry;
$R_2 = 2{,}5\ \Omega$; I_2 bis 1,5 Amp.;
$C_3 = 1 \cdot 10^{-9}$ bis $3 \cdot 10^{-9}$ Farad;
$L_3 = 0{,}8 \cdot 10^{-5}$ bis $2 \cdot 10^{-5}$ Henry;
$R_3 = 2{,}5\ \Omega$; I_3 bis 1,5 Amp.

Folgende Elektrodenmetalle und Flüssigkeiten wurden geprüft: Kupfer in Wasser, Äthylalkohol, Methylalkohol, Azeton, Äthyläther; Silber, Gold, Aluminium, Magnesium, Zink, Kadmium, Eisen in Äthyläther[1]). Unter den Flüssigkeiten zeigte sich Äthyläther am vorteilhaftesten, Azeton gab auch gute Resultate, die beiden Alkohole waren eben noch verwendbar, bei Wasser war aber die Erscheinung kaum mehr zu beobachten. Betreffs des Elektrodenmaterials trat ein deutlicher Parallelismus zwischen dem Wärmeleitungsvermögen desselben und dem Umfang des Bereichs, innerhalb dessen ein Wellenstromlichtbogen zu erhalten war, hervor. So zeigten sich Kupfer und Silber am vorteilhaftesten, Gold war deutlich schlechter, mit Aluminium und Magnesium war das Bereich sehr klein, und mit Zink, Kadmium und Eisen konnte ich nur bisweilen bei sehr kleiner Stromstärke im Kreise 1 einen Wellenstromlichtbogen erhalten. Es stellte sich heraus, daß der schwingende Zustand des Bogens überhaupt nur bei I_1-Werten, die unter einem gewissen kritischen Wert lagen, zu erhalten waren, wobei dieser kritische Wert für verschiedene Elektrodenmetalle verschieden war. Durch Aufnahme von Resonanzkurven mit Hilfe des Kreises 3, der einen variablen Kondensator enthielt, konnte die Frequenz im Bogen bestimmt werden. Bei Schwingungszahlen von der Größenordnung $5 \cdot 10^5$ bis $1{,}5 \cdot 10^6$ funktionierte die Anordnung gut. Bei viel kleineren oder viel größeren Frequenzen war die Konstanz weniger befriedigend. Die von dieser Lampe produzierten Wellenströme scheinen, aus den Resonanzbestimmungen zu beurteilen, weniger rein zu sein als diejenigen, welche die Poulsen-Lampe liefert. Die Resonanzkurven waren ziemlich flach und zeigten Andeutungen von Oberschwingungen. Die „Flüssigkeitslampe" ist aber viel billiger und bequemer als die Poulsen-Lampe und zeichnet sich durch gute Konstanz des produzierten Wellenstroms aus. Die Zerstäubung der Elektroden ist in Übereinstimmung mit dem von mir früher an ähnlichen Stromformen erhaltenen Resultat[1]) bei Wellenstrom viel größer als bei Gleichstrom. Sehr auffällig zeigt sich diese Erscheinung, wenn man durch Ausschalten von Widerstand im Kreise 1 aus dem Bereich der Wellenstrombogen heraustritt. Trotz der Steigerung der Stromstärke nimmt dabei die Zerstäubung stark ab.

Die Untersuchung der Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten wird im hiesigen Physikalischen Institut unter der Leitung von Herrn Professor G. Granqvist fortgesetzt.

1) Die untersuchten Metalle kamen in Stäben von 5,6 mm Diameter mit plangeschliffenen Endflächen zur Verwendung.

1) Nova acta, loc. cit., S. 53—54.

Upsala, Chemisches Universitätslaboratorium, Februar 1914.

(Eingegangen 7. Februar 1914.)

Die Abhängigkeit der Plastizität des Steinsalzes vom umgebenden Medium.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von K. Kleinhanns.

Den Arbeiten von Herrn Prof. Milch[1]) verdanken wir den Nachweis, daß Steinsalz bereits bei einer Temperatur, die noch sehr weit von seiner Schmelzkurve entfernt liegt, sehr plastisch wird. Auf Veranlassung von Herrn Prof. Milch angestellte quantitative Untersuchungen von Herrn Schröder[2]) haben ergeben, daß bei gleicher Versuchsanordnung die Biegungsgeschwindigkeit, d. h. die in der Zeiteinheit erreichte Durchbiegung eines Steinsalzstäbchens von ungefähr 2 mm Dicke bei 100° sehr gering ist, bei 150° sehr zunimmt (etwa um das Achtzigfache) und bei 200° das Zwölffache der bei 150° erreichten Durchbiegung beträgt, während der Schmelzpunkt des Steinsalzes bei 820° gelegen ist.

Diese Eigenschaft des Steinsalzes, bereits in großer Entfernung vom Schmelzpunkt sehr biegsam zu sein, hat ein Bergmann des Kaliwerks Solvayhall bei Bernburg, Herr Engelhardt, schon seit 45 Jahren dazu benutzt, aus Steinsalz kleine Kunstgegenstände, wie Schweizer Häuschen, herzustellen. Doch außer durch Erhitzen erreicht dieser das Plastischwerden des Salzes noch dadurch, daß er es in heißes Wasser bringt und in diesem formt. Diese Tatsache, die Herr Prof. Milch kürzlich durch Herrn Prof. Stille erfuhr, veranlaßte ihn, mich mit

1) Neues Jahrb. f. Min. 1909, I, S. 60, Geol. Rundschau 1911, S. 145.
2) Inaug.-Diss., Greifswald 1913.

der Untersuchung der Frage, ob die plastischen Eigenschaften des Steinsalzes durch das umgebende Medium beeinflußt würden, zu beauftragen.

Die Ergebnisse meiner bislang rein qualitativen Versuche möchte ich schon jetzt vorläufig mitteilen.

Das zu den Versuchen benutzte Material, das ich dem Entgegenkommen des Salinenwerks Heilbronn verdanke, zeichnete sich durch seine vollkommen wasserhelle, einschlußfreie Beschaffenheit aus. Die Versuchsanordnung war sehr einfach. Das Salz wurde parallel den Würfelflächen in kleine Stäbchen von ungefähr 30 mm Länge und 3—5 mm Dicke gespalten, die sodann mittels zweier Pinzetten, welche gleichweit vom geschätzten Mittelpunkt des Stäbchens angriffen, in das betreffende Medium eingetaucht wurden. Durch einen mit den Händen auf die Pinzetten ausgeübten Druck wurde die Biegung bewirkt. Aus der Anzahl der auf diese Weise in den verschiedenen Medien gebogenen und gebrochenen Stäbchen gelang es so, einen Einfluß des Mediums auf die Plastizität des Steinsalzes festzustellen.

Daß ein solcher vorliegt, geht schon aus dem einen Ergebnis hervor, daß es gelingt, in kochendem Wasser alle Stäbchen zu biegen, während in Öl von 100° sich vielleicht unter 50 Stäbchen ein einziges schwach biegen läßt. In kochendem Wasser war die Biegsamkeit überraschend gut. Selbst verhältnismäßig dicke Stäbchen wurden leicht und so schnell gebogen, daß ihr Querschnitt sich nur sehr wenig durch Auflösung verringerte. Und dieser leichten Biegsamkeit steht das vollkommen negative Ergebnis in Öl von 100° gegenüber, das mich nunmehr veranlaßte, die Biegsamkeit des Steinsalzes in einer Reihe von Salzlösungen, Säuren, Laugen, organischen Substanzen zu untersuchen.

Aus dem so gewonnenen Material zur Beurteilung der vorliegenden Frage will ich vorläufig nur noch auf eine Tatsache hinweisen, die wohl einen Anhalt zur Erklärung der Erscheinung in sich birgt. In allen denjenigen Medien, Säuren, Laugen, gesättigten Lösungen von Salzen, die Steinsalz aufzulösen vermögen, gelang es mir, wenn auch sicher noch mit quantitativem Unterschied, die Stäbchen zu biegen. Dagegen in allen denjenigen Medien, die keine Lösung bewirken, in Öl, gesättigter Steinsalzlösung, Amylalkohol, Xylol, war bei 100° eine Biegung bei dieser Versuchsanordnung nicht zu erreichen. Dies Ergebnis legt die Vermutung nahe, daß die Plastizität des Steinsalzes in direktem Zusammenhang mit seiner Löslichkeit steht.

Da ein Apparat zur quantitativen Untersuchung dieser Frage fertiggestellt ist, hoffe ich demnächst quantitative Ergebnisse mitteilen zu können.

Greifswald, Geol.-Mineral. Institut, 17. Februar 1914.

(Eingegangen 20. Februar 1914.)

Bemerkung zu Herrn Wolfkes Note: „Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome?"

Von G. Krutkow.

Die Note des Herrn Wolfke[1]) nötigt mich zu folgenden Erklärungen:

A. Ich habe gezeigt[2]), die Annahmen:

(I) Ein Resonator (oder eine Hohlraum-Eigenschwingung) von der Schwingungszahl ν kann nur die Energiewerte haben: $0, h\nu, 2h\nu, \ldots$.

(II) Diese Energiewerte kommen durch Aneinanderlagerung elementarer unabhängiger Energiebeträge $h\nu$ zustande

führen zur Wienschen und nicht zur Planckschen Strahlungsformel.

B. Die Darstellung, die Planck in der ersten Auflage der „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung" gegeben hatte[3]), sowie die Ausführungen von Debye[4]) konnten die mißverständliche Auffassung erzeugen oder stützen, daß aus den Annahmen I und II die Plancksche Strahlungsformel folgt. Die Bemerkungen von Ehrenfest[5]) und die Untersuchung von Natanson[6]) reichen im wesentlichen hin, diese irrige Auffassung zu beseitigen: Die von Planck benutzte Funktion

$$\frac{(N+P-1)!}{(N-1)!P!}$$

läßt sich nicht deuten als Anzahl von gleichberechtigten Verteilungsarten von P unabhängigen Elementen über N Resonatoren (oder Eigenschwingungen). Diese Anzahl ist natürlich N^P. Übrigens hat ja — worauf ich schon in meiner Note hinwies — auch Herr Planck in der zweiten Auflage seines Buches seine Darstellung so verändert, daß sie nicht mehr jenes Mißverständnis zuläßt[7]).

1) M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, 308, 1914.
2) G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, 133, 1914.
3) M. Planck, Vorl. über die Theorie der Wärmestrahlung, 1. Aufl., § 148.
4) P. Debye, Ann. d. Phys. 33, 1427, 1910.
5) P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. 36, 110 u. 113, 1911.
6) L. Natanson, diese Zeitschr. 12, 659, 1911; Bull. de l'Acad. de Cracovie, Série A, Mars 1911.
7) M. Planck, Wärmestrahlung, 2. Aufl., § 141—143.

C. Herr Wolfke behauptet nun seinerseits (siehe § 3):

falls man die Lichtatome „in bezug auf ihre Existenz" unabhängig nimmt (Annahme α),

komme man zur Planckschen Formel;

falls man die Lichtatome „auch räumlich voneinander unabhängig" nimmt (Annahme β),

komme man zur Wienschen Strahlungsformel.

Und er erläutert den — wie er nachdrücklich betont — prinzipiellen Gegensatz dieser beiden Annahmen folgendermaßen:

Annahme Wolfke: „Die Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines Lichtatoms von einer bestimmten Frequenz ist davon unabhängig, wieviel Lichtatome von der gleichen Frequenz im betrachteten Volumen gleichzeitig vorhanden sind."

Annahme Einstein: „Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Lage eines Lichtatoms ist von der gleichzeitigen Lage der anderen Lichtatome gleicher Frequenz unabhängig."

Da Herr Wolfke diesen, wie er sagt, so fundamentalen Gegensatz auch weiterhin nur in Worten und nicht in expliziten Formeln formuliert hat, so ist mir natürlich eine nähere Analyse seiner Ausführungen unmöglich. Um aber den an der Frage interessierten Lesern den kritischen Vergleich meiner Ausführungen mit denen von Herrn Wolfke möglichst zu erleichtern, hielt ich mich für verpflichtet, in den obigen Erklärungen das Ergebnis meiner früheren Darlegungen noch einmal kurz zusammenzufassen.

Leiden.

(Eingegangen 8. März 1914.)

AEF.
Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen [1].

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen stellt die nachfolgenden Entwürfe: XIII. Gewicht. — XIV. Dichte. XV. Formelzeichen des AEF, Liste C. — XVI. Energieeinheit der Wärme gemäß § 4, Abs. 3 seiner Satzung zur Beratung und lädt die beteiligten Vereine ein, ihm das Ergebnis ihrer Beratungen bis Mitte Januar 1915 mitzuteilen. Zur gleichen Frist kann auch jedes Mitglied der beteiligten Vereine sich zu dem Entwurf äußern. Es wird gebeten, von Äußerungen in Zeitschriften dem AEF stets wenigstens einen Abdruck zu senden.

Berlin, Januar 1914. Strecker.

Entwurf XIII. Gewicht.

Der Ausdruck „Gewicht" bezeichnet eine Größe gleicher Natur wie eine Kraft; das Gewicht eines Körpers ist das Produkt seiner Masse in die Beschleunigung der Schwere.

Erläuterungen

(vgl. die ausführliche Mitteilung in der Elektrot. Zeitschr. **35**, 280, 1914; s. a. Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 170, 1914).

Entwurf XIV. Dichte.

1. Massendichte (spezifische Masse) ist der Quotient der Masse eines Körpers durch sein Volumen.

2. Gewichtsdichte (spezifisches Gewicht) ist der Quotient des Gewichts eines Körpers durch sein Volumen.

3. Dichtezahl (Dichteverhältnis) ist das Verhältnis der Massendichte oder der Gewichtsdichte eines Körpers zu der Massendichte oder der Gewichtsdichte eines Vergleichskörpers. Wenn keine besonderen Gründe dagegen sprechen, ist für feste und flüssige Körper als Vergleichskörper Wasser von 4° C zu wählen.

4. Massenräumigkeit (spezifisches Massenvolumen) ist der Quotient des Volumens eines Körpers durch seine Masse.

5. Gewichtsräumigkeit (spezifisches Gewichtsvolumen) ist der Quotient des Volumens eines Körpers durch sein Gewicht.

Erläuterungen [1]

von Eugen Meyer und Friedrich Auerbach.

Wird die Masse eines Körpers mit m, sein Volumen mit V, Masse und Volumen eines Vergleichskörpers mit m_0, V_0 und die Beschleunigung der Schwere mit g bezeichnet, so werden die fünf festgelegten Begriffe durch folgende Formeln dargestellt:

1. $\frac{m}{V}$

2. $\frac{mg}{V}$

3. $\frac{m}{V} : \frac{m_0}{V_0} = \frac{mg}{V} : \frac{m_0 g}{V_0}$

4. $\frac{V}{m}$

5. $\frac{V}{mg}$.

Für die Begriffe 1 und 2 könnte man auch an die Bezeichnungen Raummasse (Volumenmasse), Raumgewicht (Volumengewicht), für die Begriffe 4 und 5 an Massenvolumen, Gewichtsvolumen denken; doch erscheinen die oben vorgeschlagenen besser.

Im Gegensatz zu den Begriffen 1 und 2, denen eine bestimmte Dimension zukommt, ist der Begriff 3 eine unbenannte Zahl. Seine Einführung neben 1 und 2 könnte auf den ersten Blick vielleicht überflüssig erscheinen; die unbenannte Verhältniszahl ist aber unentbehrlich für die Chemie, weil die vielen an chemischen Stoffen und Lösungen ausgeführten Dichtebestimmungen zum größten Teil als Verhältniszahlen angegeben sind und vielfach aus guten Gründen (z. B. bei Gasen wegen der Beziehungen zum Molekulargewicht) voraussichtlich auch in Zukunft so angegeben werden. Der Zusatz zu der Begriffsbestimmung 3 soll darauf hinwirken, daß jeder Experimentator die von ihm erhaltene Dichtezahl auf Wasser von 4° selbst umrechnet, falls er Wasser von anderer Temperatur beim Vergleichsversuch benutzt hat.

Mit der Einführung der Bezeichnungen „Massendichte", „Gewichtsdichte", „Massenräumigkeit", „Gewichtsräumigkeit" soll es nicht ausgeschlossen werden, die einfachen Ausdrücke „Dichte" und „Räumigkeit" da zu benutzen, wo über ihre Bedeutung, sei es durch eingangs gegebene Erklärungen oder sonst durch den Zusammenhang, kein Zweifel bestehen kann.

1) Vgl. diese Zeitschr. 15, 113, 1914.

1) Im Auszuge. Die vollständigen Erläuterungen finden sich in der Elektrot. Zeitschr. **35**, 280, 1914 und Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 173, 1914.

Entwurf XV. Formelzeichen des AEF.

Liste C.

Nr.	Größe	Zeichen
1	Energie	W
2	Periodendauer	T
3	Kreisfrequenz	ω
4	Frequenz (bei Wechselstrom)	f
5	Spezifischer Widerstand	ϱ
6	Leitwert	G
7	Elektrostatische Induktion	D
8	Dielektrizitätskonstante	ε
9	Gegeninduktivität	M
10	Magnetischer Fluß	Φ

Erläuterungen
von Friedrich Neesen und Max Seyffert.

In der Liste C wird Stellung genommen zu der von der Internationalen Elektrischen Kommission (IEC) vorgeschlagenen Liste von Formelzeichen.

In betreff der ersten Größe — Energie — ist es nicht ratsam, hierfür den Buchstaben A zu benutzen, welcher nach der ersten Liste für die Größe „Arbeit" vorgesehen ist[1]). Denn Arbeit tritt nur auf, wenn eine Änderung der Energie irgendeiner Form erfolgt; Energie ist noch keine Arbeit, drückt vielmehr das Vermögen aus, Arbeit zu leisten (vgl. Verhandlungen des AEF S. 10). Dieser Unterschied muß auch in dem Unterschiede der Bezeichnungen zum Ausdruck kommen. Bei der Wahl schien der Buchstabe W, welcher als Anfangsbuchstabe von Werk eine Beziehung zur Arbeit enthält, zweckmäßig. Die IEC hat dasselbe Zeichen gewählt.

In betreff des zweiten Zeichens T für Periodendauer herrscht schon jetzt beinahe vollständige Übereinstimmung.

Das Zeichen ω für Kreisfrequenz ist im allgemeinen Gebrauch. Derselbe Buchstabe ist vom Ausschuß als Bezeichnung für Winkelgeschwindigkeit festgesetzt. Trotzdem erscheint es nicht notwendig, von der feststehenden Benutzung von ω für beide Größen abzugehen.

Bei der Abwägung der zur Bezeichnung der Frequenz bei Wechselströmen in Frage kommenden Buchstaben erscheint das in Liste A[2]) für Schwingungszahl vorgesehene Zeichen nicht zweckmäßig, weil dasselbe in der Technik für Tourenzahl benutzt wird. Die IEC hat den Buchstaben f gewählt, der frei ist und sich auch als Anfangsbuchstabe von Frequenz empfiehlt. Daß es sich bei dieser Wahl wesentlich nur um die Zwecke der Wechselstromtechnik handelt, so daß ein Zwiespalt mit Schwingungszahl nicht zu befürchten ist, findet seinen Ausdruck durch Hinzufügung der Klammer.

Die übrigen Zeichen entsprechen dem Gebrauche und sind in Übereinstimmung mit der Festsetzung der IEC. Insbesondere empfiehlt sich der Buchstabe ϱ noch wegen der Verwandtschaft mit dem für Widerstand festgelegten Zeichen R. Die IEC hat für Blindwiderstand und Scheinwiderstand die Buchstaben X und Z gewählt; diese aber empfehlen sich nicht wegen der Verwechslung mit Koordinaten. Es ist daher zunächst von Formelzeichen für diese Größen noch abgesehen worden.

Entwurf XVI. Energieeinheit der Wärme.

Die Energieeinheit der Wärme ist das internationale Kilojoule oder die internationale Kilowattsekunde.

Begründung
von Fritz Emde, Eugen Meyer und Karl Scheel.

Es ist eine Folge der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents, daß man mechanische Arbeiten und Wärmemengen durch dieselbe Maßeinheit ausdrücken kann. Dies bedeutet in vielen Fällen einen Rechenvorteil, den man sich aber fast gar nicht zunutze gemacht hat. Für die erste Zeit nach der Entdeckung mag sich dies daraus erklären, daß der Zahlenwert des Äquivalents nicht genau genug bekannt war, so daß die Umrechnung oft leicht größere Fehler hätte mit sich bringen können als die Messung. Heute aber fällt dieser Grund weg. Denn das Wärmeäquivalent ist jetzt so genau bekannt, daß es selten möglich sein wird, die Messungsfehler unter die Unsicherheit des Wärmeäquivalents herabzudrücken. Sicherlich hätten deshalb längst viele praktische Rechner für Wärmemengen eine mechanisch definierte Energieeinheit benutzt, wenn sie nicht durch einen anderen Umstand oft genötigt würden, zur Kalorie zurückzukehren: Die Tabellen der Wärmekonstanten liegen noch nicht auf mechanisches Maß umgerechnet vor. Aber es kostet nur eine einmalige verhältnismäßig kleine Mühe, dies Hindernis aus dem Wege zu räumen.

Wenn man nun fragt, für welche mechanische Energieeinheit man sich bei der Umrechnung der Wärmekonstanten entscheiden soll, so kann die Antwort nicht zweifelhaft sein: Nachdem der Vorschlag des AEF, für alle Energieformen als Leistungseinheit das Kilowatt zu benutzen, allseitig Zustimmung und nirgends Widerspruch gefunden hat, so ergibt sich daraus für den AEF die Folgerung, daß er als Wärmeeinheit das Kilojoule oder die Kilowattsekunde vorzuschlagen hat. Statt dessen kann man natürlich auch, wo es bequem ist, dekadische Vielfache oder Teile des Kilojoules benutzen, unter andern das Joule.

Es besteht vielfach die Meinung, daß das Joule keine mechanische, sondern eine elektrische Einheit sei; eine solche Meinung ist irrig und ist nur dadurch hervorgerufen, daß man bei der Entwicklung der Elektrotechnik kein eigentliches elektrisches Energiemaß (wie in der Wärmelehre die Kalorie) schuf, sondern sofort zur mechanischen Energieeinheit überging, was jetzt auch einheitlich für die Wärmelehre angestrebt wird. Tatsächlich besteht nun, wie in dem Bericht über die Äußerungen der Vereine usw. zu Satz I, Nr. 4, ausgeführt ist, ein kleiner Unterschied zwischen dem in der Elektrotechnik gebräuchlichen internationalen Joule (= 1 internationale Wattsekunde) und der mechanischen Einheit 10^7 Erg, der sich aber zurzeit noch nicht genau angeben läßt. Aus rein formellen Gründen wird das internationale Kilojoule als Energieeinheit der Wärme vorgeschlagen, für welches in Satz I, Nr. 4, die Beziehung zur 15°-Kalorie bereits festgesetzt ist; 1 internationales Kilojoule = 0,23865 15° kcal. Umgekehrt ist also die Wärmemenge, die die Temperatur von 1 kg Wasser von 14,5 auf 15,5° erhöht: 1 15°-kcal = 4,190 internationale Kilojoule.

Aber selbst, wenn man das Kilojoule als rein elektrische Energieeinheit ansprechen wollte, würde man seine Berechtigung, als allgemeine Energieeinheit zu dienen, nicht in Frage stellen können. Denn je mehr die elektrischen Meßmethoden überhaupt an Boden gewonnen haben, um so mehr sind auch elektrische Methoden zur Messung von Wärmekonstanten verwendet worden (vgl. z. B. die Messungen der spezifischen Wärme fester Körper in tiefen Temperaturen von Nernst; ferner die Untersuchungen im Münchener Institut für technische Physik über den Wärmedurchgang durch Isoliermaterialien u. a. m.). Es ist aber anzunehmen, daß, wo nicht, wie in manchen Gebieten der Technik, besondere Gründe für die Beibehaltung der Kalorie sprechen, sich das Kilojoule als Energieeinheit auch für Wärmevorgänge leicht einführen wird.

Um den Übergang zu erleichtern, sind in den folgenden Tabellenschemata die verschiedenen Wärmeeigenschaften an Beispielen im mechanischen und teilweise noch vergleichsweise im kalorischen Maße angegeben.

1) Das Zeichen A für Arbeit wird voraussichtlich in die Liste B aufgenommen werden.

2) Vgl. diese Zeitschr. 15, 113. 1914.

I. Wärmeaufspeicherung.

	Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
1. Spezifische Wärme.		
Aluminium	0,214 g-Kal / g · Grad	0,896 Joule / g · Grad
Wasser	1 „	4,19 „
2. Schmelzwärme.		
Aluminium	77 g-Kal / g	323 Joule / g
Eis	80 „	335 „
3. Verdampfungswärme.		
Wasser bei 100°	538 g-Kal / g	2,254 Kilojoule / g
4. Verbrennungswärme.		
Steinkohlengas	5800 g-Kal / g	24,3 Kilojoule / g
„	5,3 g-Kal / cm³	22,3 Joule / cm³

5. Wasserdampf.

Temperatur	Druck	Energie	Wärmeinhalt	Entropie
0°	0,0063 kg/cm² = 0,0062 · 10⁶ dyn/cm²	2370 Joule/g	2490 Joule/g	9,13 Joule/g · Grad
100°	1,033 „ = 1,013 · 10⁶ „	2510 „	2680 „	7,36 „
200°	15,890 „ = 15,582 · 10⁶ „	2610 „	2810 „	6,48 „

II. Wärmetransport.

1. Wärmeleitung.

	Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
Aluminium	0,48 g-Kal / Grad · cm · sec	2,01 Joule / Grad · cm · sec = 2,01 Watt / Grad · cm
Quarz	0,0001 g-Kal / Grad · cm · sec	0,4 Millijoule / Grad · cm · sec = 0,4 Milliwatt / Grad · cm

2. Strahlungsenergie der Hefnerlampe.

Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
0,0000215 g-Kal / cm² · sec	90,1 Mikrojoule / cm² · sec = 90,1 Mikrowatt / cm²

3. Strahlungskoeffizient des schwarzen Körpers.

Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
$1{,}28 \cdot 10^{-12}$ g-Kal / Grad⁴ · cm² · sec	0,0536 Mikrojoule / Grad⁴ · m² · sec = 0,0536 Mikrowatt / Grad⁴ · m²

(Eingegangen 17. Februar 1914.)

BESPRECHUNGEN.

H. A. Lorentz, A. Einstein u. H. Minkowski. Das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Abhandlungen. Mit Anmerkungen von A. Sommerfeld und Vorwort von O. Blumenthal. (Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien. Herausgegeben von O. Blumenthal. Heft 2.) gr. 8. 89 S. mit 6 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 3.—, gebunden M. 3.80

Als zweites Heft der von O. Blumenthal herausgegebenen „Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien" erscheint eine Sammlung der grundlegenden Abhandlungen von Lorentz, Einstein und Minkowski über das Relativitätsprinzip; das erste Heft, das die beiden größeren Arbeiten Minkowskis über denselben

Gegenstand enthielt, wird dadurch aufs beste ergänzt. Die beiden Abhandlungen von H. A. Lorentz stehen noch nicht auf dem Standpunkte, der die Relativität zum Prinzip erhebt; aber sie enthalten die Elektrodynamik bewegter Körper in einer Gestalt, die sich nicht in den Formeln, sondern nur in ihrer Deutung von der späteren Einsteinschen Theorie unterscheidet. Und es wird noch heute viele geben, die auf diesem Lorentzschen Standpunkte, der durch die „Kontraktionshypothese" gekennzeichnet ist, festhalten. Es folgen dann die bekannten Abhandlungen Einsteins, in denen er die Relativität postuliert und auf Grund der daraus folgenden Kinematik die gesamte Mechanik und Elektrodynamik einer Revision unterwirft. Minkowskis Vortrag „Raum und Zeit" gab der neuen Kinematik ihr mathematisch vollkommenes Gewand; hierzu hat Prof. Sommerfeld eine Reihe von Anmerkungen gefügt, die teils Minkowskis knappe Aussagen erläutern, teils die weitere Entwicklung der Theorie darstellen. Am Schluß ist ein Göttinger Vortrag von Lorentz abgedruckt, in dem dieser seine Stellung zu der Entwicklung klarlegt, die die von ihm begründete Theorie inzwischen genommen hat.

Die Sammlung, die mit einem Bilde Minkowskis geschmückt ist, bildet eine bequeme Quelle zum Studium der Originalabhandlungen.

M. Born.

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. II. Teil. (Sammlung mathematisch-physikalischer Schriften. Herausgegeben von E. Jahnke. XI. 2.) gr. 8. X u. 225 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1913. M. 5.40, gebunden M. 6.—

Wie schon bei der Besprechung des ersten Teiles[1]) zu konstatieren war, ist auch dieser zweite Teil mit außerordentlicher Gewissenhaftigkeit bearbeitet und kann zu ernstem Einarbeiten in das Gebiet warm empfohlen werden. Die ersten 27 Seiten sind den Grundlagen der Elastizitätstheorie gewidmet, um in sauberer Weise das Verständnis vorzubereiten für die drei folgenden Abschnitte: II. Elementare Theorie der von einer einzigen Koordinate abhängigen Schwingungen und Wellen in kontinuierlichen Medien. Eindimensionale Probleme. III. Theorie der von zwei Raumkoordinaten abhängigen Schwingungen. Eigenschwingungen von Membranen und Platten. IV. Vervollkommnete Theorie für offene gasgefüllte Hohlräume.

Hervorzuheben ist, daß der klug ausgewählte, dann aber auch mathematisch gründlich behandelte Stoff in einer vorzüglichen, prägnanten Darstellung geboten wird, sowohl bei der Entwicklung der Grundbegriffe wie bei der Erläuterung durch Beispiele. Die Tabellen, Figuren und Kurven sind ausgezeichnet durchgearbeitet, so daß hier dem Bedürfnis des Studierenden, sich auch ein quantitatives Bild der Vorgänge zu machen, in dankenswerter Weise entsprochen ist. Das Buch will zu selbständiger Arbeit anregen und stellt durch vielfache Anmerkungen den Kontakt mit neueren Arbeiten auf akustischem Gebiete her.

1) Diese Zeitschr. **12**, 192, 1911.

H. Hörig.

Handbuch der anorganischen Chemie. In vier Bänden. Herausgegeben von R. Abegg † und Fr. Auerbach. Band IV, 2. Abteilung: Die Elemente der 7. Gruppe des periodischen Systems. Lex. 8. X u. 904 S. mit 36 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1913. M. 26,—, gebunden M. 28.—

Endlich ist nach einer vierjährigen Unterbrechung, die hauptsächlich durch den beklagenswerten Tod Richard Abeggs verursacht worden ist, wieder ein Band des nach seiner Eigenart bereits früher in dieser Zeitschrift (**7**, 334 und 549, 1906; **10**, 720, 1909) charakterisierten Handbuches der anorganischem Chemie, diesmal unter der alleinigen Redaktion von Fr. Auerbach in Berlin erschienen, der Abegg bereits bei der Herausgabe zweier der früher erschienenen Bände zur Seite gestanden hatte.

Der vorliegende Band behandelt die 7. Gruppe des periodischen Systems, also die Elemente Fluor, Chlor, Brom, Jod und Mangan. Fluor und Chlor hat A. Kötz in Göttingen, das Brom und Jod E. Abel in Wien, das Jod in Gemeinschaft mit F. Hafla, und das Mangan A. Miolati in Turin bearbeitet. Ein Kapitel über die Verbindungen des sechs- und siebenwertigen Mangans hat O. Sackur in Breslau beigesteuert. Die dem Bande vorausgehende Gruppenübersicht wird von Auerbach und Brauner gegeben. Die wichtigen Abschnitte über die Atomgewichte hat wie bisher stets B. Brauner in Prag und die interessanten Kapitel kolloidchemischen Inhaltes A. Lottermoser in Dresden verfaßt. In der Art der Darstellung und der Auswahl des Materials entspricht der vorliegende Band den früher erschienenen Bänden, nur sind ausnahmsweise beim Mangan auch seine Verbindungen mit anderen Metallen besprochen worden, obwohl die Legierungen sonst erst in dem später erscheinenden allgemeinen Bande eine Stätte finden sollen.

Das Abeggsche Handbuch ist nicht nur für den Chemiker, sondern auch für den Physiker ein durch seine Systematik unentbehrliches, wenn auch nicht „vollständiges" Nachschlagebuch, in dem die Betrachtung der experimentellen Tatsachen von physikalisch-chemischem Standpunkte im Vordergrunde des Interesses steht. Für den Physiker kommen in dem vorliegenden Bande insbesondere die eingehenden Abschnitte über die elektro- und thermochemischen Erscheinungen in Betracht, ferner werden ihn die Darlegungen über den Magnetismus der Manganverbindungen interessieren. Werner Mecklenburg.

Les Progrès de la Chimie en 1912, Traduction française autorisée des Annual Reports on the Progress of Chemistry for 1912. Vol. IX issued by the Chemical Society, London. Publiée sur l'initiative du Service de Recherches du Laboratoire Municipal de Paris. Traducteurs: D. Florentin, E. Gelin, P. Huchet, M. Dreçq, J. Saphores, P. Pourquery. gr. 8. XIV u. 411 S. Paris, Librairie Scientifique A. Hermann et Fils. 1913. Fr. 7.50

Die wissenschaftliche Massenproduktion in der Chemie macht besonders sorgfältig organisierte literarische Sammelwerke nötig. In Deutschland sind wir hierin ziemlich gut daran; wir verfügen über eine

mustergültige Zeitschrift für wöchentliche Berichterstattung, zahlreiche Jahresberichte und Sammelreferate und besitzen wenigstens für die organische Chemie ein vortreffliches Repertorium. In Frankreich bestand lange kaum etwas dergleichen, die Benutzung der deutschen Werke mußte vielfach wohl infolge mangelnder Sprachkenntnisse unterbleiben und so kam es, daß die Berücksichtigung ausländischer Literatur dort recht oft zu wünschen übrig ließ. Es ist eines von den vielen Zeichen eines frischen Zuges im chemischen Leben Frankreichs, daß jetzt auch dort der Sammelliteratur ein lebhafteres Interesse gewidmet wird. Das vorliegende Buch ist von André Kling, dem Direktor des städtischen Untersuchungslaboratoriums zu Paris angeregt worden und soll dem Bedürfnis nach alljährlicher kurzer Berichterstattung auf allen Gebieten der Chemie dienen. Da sich aus mehr äußerlichen Gründen ein eigenes Werk zunächst nicht schaffen ließ, begnügte man sich mit der Übersetzung eines englischen. Wir nachbarlichen Fachgenossen können uns nur darüber freuen, daß nunmehr in Frankreich selbst ein Weg nötig befunden wurde, der dazu beitragen kann, der manchmal geradezu naiven Unkenntnis des Nichteinheimischen daselbst gänzlich ein Ende zu machen. W. Biltz.

Berichtigung.

In der Arbeit:

„Über die Frage, ob sich im absoluten Nullpunkt die Entropie beim Mischen ändert",

von W. H. Keesom

(diese Zeitschr. 15, 217, 1914) lese man auf Seite 219 in Formel (6): $-k \log \text{nat} \ldots\ldots$ statt $-\log \text{nat} \ldots\ldots$

Tagesereignisse.

Akademische Ferienkurse in Hamburg. Vom 13. Juli bis 22. August finden, wie zum ersten Male im Vorjahre (vgl. diese Zeitschr. 14, 504, 1913) wieder Ferienkurse statt. Von den angekündigten Vorlesungen dürften die folgenden für unsere Leser von Interesse sein: Hensel (Erlangen): Probleme der neueren deutschen Philosophie; Much (Eppendorf): Führt die Naturwissenschaft unter allen Umständen zum Monismus?; Lenz (Hamburg): Entwicklung und Eigenart der deutschen Universitäten; Winkler (Hamburg): Der Wert der Wissenschaft für die Praxis; Voigt (Hamburg): Die naturwissenschaftlichen Institute in Hamburg; Classen (Hamburg): Unsere Kenntnis vom elektrischen Elementarquantum; Tams (Hamburg): Über einige Fragen der geographischen Verbreitung und der Entstehung von Erdbeben; Behm (Hamburg): Die deutsche Seewarte. Außerdem seien die noch mit Besichtigungen verbundenen Vorträge aus dem Gebiete der Wirtschafts- und Verkehrswissenschaft (Schiffbau, Post-, Telegraphen- und Fernsprechwesen) erwähnt. Nähere Auskunft erteilt die Geschäftsstelle der Akademischen Ferienkurse, Martinistraße 52, Hamburg 20.

Dem Vorlesungsverzeichnis der Frankfurter Akademie für Sozial- und Handelswissenschaften für das Sommersemester ist die Mitteilung vorangestellt, daß die Universität im Oktober d. J. eröffnet wird. Die Akademie wird damit zu bestehen aufhören. Ihre Handelshochschuleinrichtungen bleiben jedoch ungeschmälert erhalten und werden der neuen Universität im Rahmen der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät angegliedert. Die Universität wird folgende fünf Fakultäten umfassen: 1. Rechtswissenschaftliche Fakultät, 2. Medizinische Fakultät, 3. Philosophische Fakultät, 4. Naturwissenschaftliche Fakultät, 5. Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Freiburg i. B. Dr. Kurt Heß für Chemie, an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Hermann Suida für organische Chemie, an der Böhmischen Universität Prag Dr. Heinrich für Astronomie, an der Universität Wien Dr. Erwin Schroedinger für Physik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Richard Löwenherz für Chemie, speziell für Warenkunde.

Ernannt: Dr. William Duane (bisher am Curielaboratorium in Paris) zum Assistant Professor für physikalische Chemie an der Harvard Universität in Cambridge Mass., der Observator an der Universitätssternwarte Berlin-Babelsberg Dr. Leo Courvoisier zum Hauptobservator, Dr. Julius Liebmann zum Observator an dieser Anstalt, der o. Professor für Chemie und Leiter der photochemischen Abteilung an der Universität Moskau Dr. Ivan Stepanovič Plotnikov zum Direktor des Laboratoriums für anorganische, physikalische und Photochemie ebendaselbst.

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Jakob Horn in gleicher Eigenschaft an die Universität Jena.

Verliehen: Dem Assistenten am Kaiser Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie in Berlin-Dahlem Dr. Richard Leiser der Titel Professor.

Preise: Die Universität Göttingen verteilte den Preis von 12000 Mark der Otto-Vahlbruch-Stiftung (für Arbeiten, die in den letzten zwei Jahren den größten Fortschritt in den Naturwissenschaften gebracht haben) je zur Hälfte an den Professor der Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Johannes Stark (Entdeckung der Zerlegung von Spektrallinien der chemischen Atome durch die elektrische Kraft) und den Professor der Physik an der Universität Zürich Dr. Max v. Laue (Entdeckung der Interferenz von Röntgenstrahlen an Kristallen).

Gestorben: Der bisherige etatsmäßige Professor für anorganisch-chemische Technologie an der Technischen Hochschule Breslau Fritz Lüty, der ord. Professor der Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule in Kopenhagen Dr. Odin J. Christensen, der Erfinder der nach ihm benannten Luftbremse Dr.-Ing. George Westinghouse in New York, der Professor der Chemie an der Universität Lemberg Dr. Bronislaw Radziszewski, der frühere Professor für Technische Chemie an der Universität Pittsburgh Dr. Robert Kennedy Duncan, der Assistent für Chemie an der Universität Budapest Dr. Karl Wlassich, der Privatdozent für Vulkanologie und Seismologie an der Universität Neapel und Direktor des Vesuv-Observatoriums Dr. Giuseppe Mercalli.

Angebote.

Gesucht ein Physiker oder Ingenieur als

Redakteur

einer Zeitschrift für

drahtlose Telegraphie.

Herren, die völlig vertraut sind mit diesem Gebiet und womöglich über praktische Erfahrungen verfügen, wollen ihre Bewerbungen unter Angabe von Referenzen, Gehaltsansprüchen u. Zeugnissen unter **S. H. 412** a. d. Exped. d. Zeitschr. richten.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

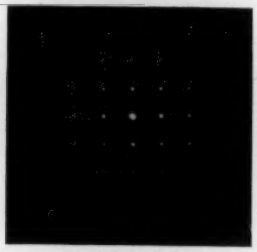


Fig. 3.

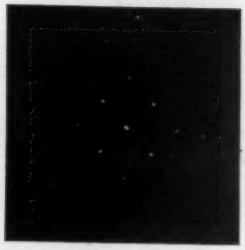


Fig. 4.

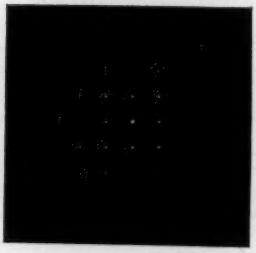


Fig. 6.

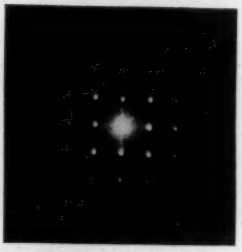


Fig. 7.

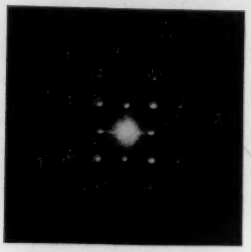


Fig. 8.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

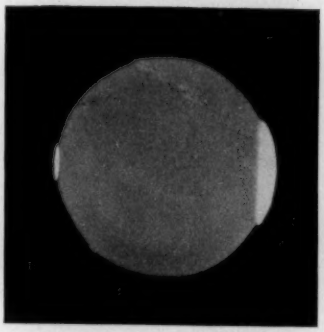


Fig. 1.

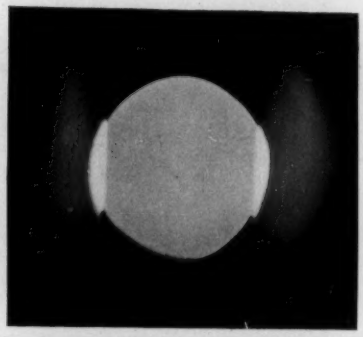


Fig. 2.

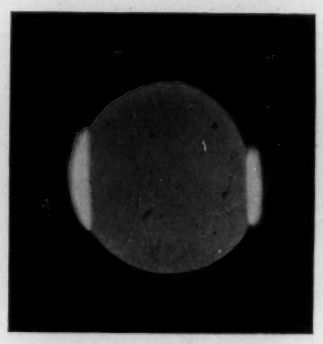


Fig. 3.